

TTY	Automaatiotekniikan matematiikka	Pertti Raiskila
ACI-10010	Tentti 01.12.2005	

Laita **jokaiseen** palauttamaasi konseptiin otsikkoalue, jossa näkyy nimesi, opiskelijanumerosi sekä päiväys ja ”Tentti, Automaatiotekniikan matematiikka”.

Tentissä saa olla apuna kirja ”Jouko Virkkunen: Sääätötekniikan matematiikka, Otatieto 884”. Kirjasta otettu valokopio ei kelpaa. Taskulaskin sallittu. Tentti kestää 3 tuntia. Jaettua taulukkomaateriaalia saa käyttää.

0) Minä vuonna olet suorittanut pakolliset tietokoneharjoitukset?

1. Vastaa omin sanoin (lyhyesti) seuraaviin kysymyksiin:

- a) **Mitä** tarkoittaa superpositioperiaate lineaarisilla järjestelmillä? (1p)
- b) **Mikä** on lineaarisen aikainvariantin differentiaaliyhtälön aikavakio? (1p)
- c) **Mikä** on differentiaaliyhtälön transienttivaste? (1p)
- d) **Mitä** tarkoitetaan lineaarisella aikainvariantilla differentiaaliyhtälöllä? (1p)
- e) **Mikä** on dynaamisen järjestelmän impulssivaste? (1p)
- f) **Mikä** on differentiaaliyhtälön homogeeninen yhtälö? (1p)

2. **Ratkaise** AAP $\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 3y(t) = 1$, missä $y(0) = \dot{y}(0) = 0$. (6p)

3.a) **Linearisoi** ao. DY tasapainotilassa, jossa $y = 4$ (voit olettaa, että $y(t), u(t) > 0 \forall t$) (3p)

$$\dot{y}(t) = -2\sqrt{y(t)} + 4u^2(t). \text{ Käytä Deltamuotoa eli } \Delta\dot{y} = f(\Delta y, \Delta u).$$

3.b) **Määritä** seuraavan sekvenssin Z-muunnos: (3p)

$$\{x_k\} = \{0.4^k\} \quad (k \geq 0).$$

Geometriselle sarjallehan pätee

$$a_i = a_{i-1}q = a_0q^i, \quad 1 < i < n$$

$$|a_i| = \sqrt{a_{i-1}a_{i+1}}, \quad 1 < i < n.$$

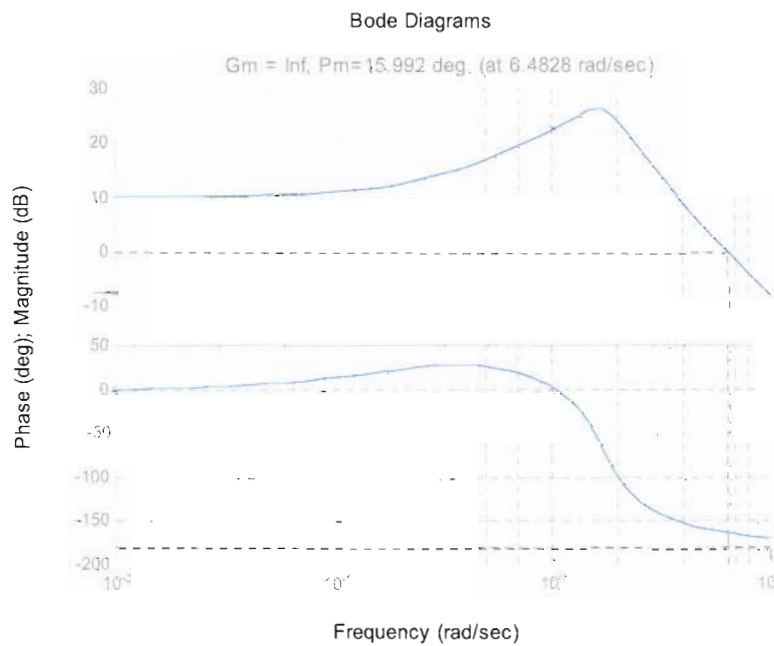
$$s_n = \sum_{i=0}^n a_i = a_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{a_0 - qa_{n+1}}{1-q}, \quad q \neq 1$$

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{a_0}{1-q}, \quad |q| < 1.$$

Käännä!

4. Alla olevassa kuvassa on esitetty erään **stabiilin järjestelmän** Bode-diagrammi.

- a) Järjestelmään syötetään ohjausta $u(t)=\sin(0.01t)$. Mikä on järjestelmän ulostulo **jatkuvuustilassa** (siis transienttivaiheen jälkeen)? (2p)
- b) Järjestelmään syötetään ohjausta $u(t)=2\sin(t)$. Mikä on järjestelmän ulostulo **jatkuvuustilassa** (siis transienttivaiheen jälkeen)? (2p)
- c) Järjestelmään syötetään ohjausta $u(t)=3\sin(10t)$. Mikä on järjestelmän ulostulo **jatkuvuustilassa** (siis transienttivaiheen jälkeen)? (2p)



5. Järjestelmän siirtofunktio on muotoa

$$G(s) = \frac{cs + d}{s^2 + as + b} \quad (a, b > 0).$$

Järjestelmän sisäänmenona on **yksikköaskel** eli $U(s) = \frac{1}{s}$ ja $Y(s) = G(s)U(s)$.

- a) Laske $y(0)$. (2p)
- b) Laske $y(\infty)$. (2p)
- c) Laske $\dot{y}(0)$. (2p)

$$y(\infty) = Y(0)$$

$$y'(0) = y(0)' = Y(\infty) \cdot s$$

Käännä!