

Tehtävä 1:

- Määrittele lyhyesti seuraavat käsitteet (4p):

| | |
|--------------------------------|---------------------------|
| a) Diskreetti(-aikainen) malli | e) Kausaalinen malli |
| b) Lohkokaavio | f) Staattinen järjestelmä |
| c) Lineaarinen systeemi | g) Signaalin spektri |
| d) Tilamalli | h) ARX-malli |

- Anna esimerkki todellisen maailman järjestelmästä, johon voisi soveltaa mallinnusta. Minkälainen mallinnusmenetelmä sopisi tämän järjestelmän analysointiin? Miten mallia voisi hyödyntää? Perustele valintasi lyhyesti. (Kaavoja ei tarvitse esittää) (2p)

Tehtävä 2:

- Muodosta lohkokaavioesitys epälineaarista järjestelmästä, jota kuvataan differentiaaliyhtälöllä:

$$3\ddot{x} + 2\dot{x}\dot{x} + \frac{1}{2}x = u$$

Käytä lohkoina integraattoria, summaa, tuloa, vakiota, vakiolla kertomista. Järjestelmän ulostulona on x . (6p)

Tehtävä 3:

Lineaariset black-box mallit:

- Kuvaile ARMAX-malli (4p)
- Miksi identifiointia varten käytettävä data tulee jakaa mallin parametrien sovituksessa käytettävään dataan ja validointidataan? (2p)

Tehtävä 4:

- Mitä ominaisuuksia identifiointin kannalta tulee hyvällä herätesignaalilla olla? Esittele ainakin kaksi herätesignaalia ja vertaile niitä käytännön ja identifiointin kannalta. (6p)

*valtuus
 tasaisuus
 valkoinen kohina*

Tehtävä 5:

Eräälle huoltoasemalle saapuvien autojen tuloaikojen välit (t_i) ovat eksponenttijakautuneita:

$$f(t_i|a) = a * \exp(-a * t_i),$$

Missä a on mallin parametri. Hetken aikoja eräänä päivänä mittaamalla havaitaan, että välit ovat (sekunteina)

$$\{ t_1 = 30.44, t_2 = 9.87, t_3 = 45.2, t_4 = 226.1, t_5 = 60.9 \}$$

Saapumisajoista ei tiedetä etukäteen muuta.

- a) Mikä on Bayesin kaavan mukaan parametrin a suurimman uskottavuuden estimaatti? (4p)
- b) Miten parametrin estimaattia voisi päivittää, kun saadaan uusi havainto? (1p)
- c) Mitä voisi tehdä, jos uusi havainto saadaan vasta viikko edellisten jälkeen? (1p)

lisätään se t_6

voidaan suodattaa se pois

(a-kohtaan ei tarvitse laskea lukuarvoja. b- ja c- kohtaan sanallinen selitys)

Bayesin kaava:

$$f(\text{parametri}|\{data_i\}_{i=1}^N) = C * \left\{ \prod_{i=1}^N p(data_i|\text{parametri}) \right\} f_{ap}(\text{parametri})$$

Suurimman uskottavuuden estimaatti:

$$\text{parametri estimaatti} = \underset{\text{parametri}}{\operatorname{argmax}} f(\text{parametri}|\{data_i\}_{i=1}^N)$$

Logaritmille:

$$\ln(\exp(f(x))) = f(x), \quad \ln(x * y) = \ln(x) + \ln(y), \quad \frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$$