

**Ohjeet: Ei kirjallista materiaalia, eikä laskinta.** Tässä tentissä on 4 sivua ja 5 tehtävää. Tehtävien yhteenlaskettu maksimipistemäärä on 45 pistettä. Tehtävien yhteispisteet kerrotaan 2:lla, minkä tuloksena muodostuu tentin lopulliset pisteet. Tarvittavat kaavoja ja muuta aineistoa on liitteenä.

**Tehtävä 1.** Selitä alla olevat termit ja käsitteet maksimissaan kolmella virkkeellä (max 2 p. per termi/käsite).

a) vahvasti aito siirtofunktio, b) skenaariopiiri, c) marginaalinen stabiilius, d) vaimennussuhde, f) viive

**Tehtävä 2.** Auton nopeudelle on saatu alla oleva epälineaarinen DY-malli:

$$m \cdot \frac{d}{dt} v = \alpha_n \cdot u \cdot T(\alpha_n v) - mgC_r \cdot \text{sgn}(v) - 0.5 \rho C_d A \cdot v^2 - mg \cdot \sin(\theta), T(\alpha_n v) = T_m \left( 1 - \beta \left( \frac{\alpha_n v}{\omega_m} - 1 \right)^2 \right)$$

jossa  $m$  on auton massa kuormineen,  $\alpha_n$  on vaihdekohtainen vakio,  $u = u(t)$  on polttoaineen suihkutuksen ohjausfunktio,  $v = v(t)$  on auton nopeus,  $\theta = \theta(t)$  on tien kaltevuuskulma,  $g$  on putoamiskiintyvyyys,  $\rho$  on ilman tiheys,  $A$  on auton frontaalipinta-ala,  $C_r$  on vierimiskitkakerroin,  $C_d$  on auton muodosta johtuva vastuskerroin,  $T(\alpha_n v)$  on auton moottorin generoima vääntömomentti,  $T_m > 0$ ,  $\omega_m > 0$ .

Oletetaan, että auto etenee vakionopeudella  $v(t) = v_r > 0$  vakiokulmassa  $\theta(t) = \theta_r > 0$  pysyvää tietä pitkin ylöspäin. Oletetusta vakionopeudesta seuraa, että  $\text{sign}\{v(t)\} = 1$ .

a) Kirjoita ohjausfunktiolle  $u(t)$  sellainen vakioarvo  $u_r$ , jolla auton vakionopeus voidaan säilyttää vallitsevissa olosuhteissa? (2 p.)

b) Auton nopeutta voidaan approksimoida lineaarisella dynaamisella poikkeamamallilla a)-kohdan toimintapisteessä. Lineaarinen dynaaminen poikkeamamalli on muotoa:

$$\frac{d}{dt} \Delta v(t) = a \cdot \Delta v(t) + b \cdot \Delta u(t) + c \cdot \Delta \theta(t),$$

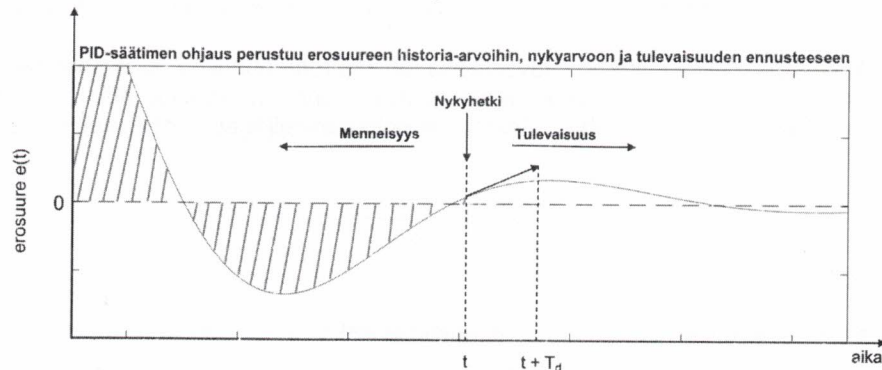
joka on saatu 1. asteen Taylorin approksimaatiolla. Määritä lineaarisen mallin kertoimet  $a$ ,  $b$  ja  $c$ . (5 p.)

c) Piirrä poikkeamamallia vastaava alkeislohkokaavio, jonka ulostulo on  $\Delta v(t)$  ja jonka sisäänmenot ovat  $\Delta u(t)$  ja  $\Delta \theta(t)$ . (2 p.)

d) Muodosta poikkeamamallista nopeuden muutoksen Laplace-muunnos ja esitä se pakkovasteen ja luonnollisen vasteen muunnosten summana. (2 p.)

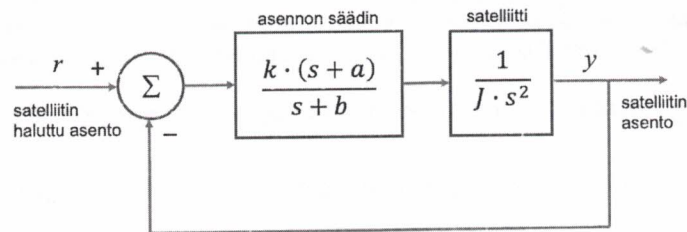
**Tehtävä 3.** PID-säätimen ohjauksen laskenta perustuu erosuureen historia-arvoihin, nykyarvoon ja tulevaisuuden ennusteeseen. Alla on PID-säätimen ohjauksen kaavaa sekä ohjauksen laskentaperiaatetta havainnollistava kuva.

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) \cdot d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt}$$



Oletetaan, että Tehtävän 2 auton moottorin polttoaineen suihkutusta säädetään PID-säätimellä. Tien kaltevuuskulma pienenee yhtäkkisesti sen nykyisestä arvostaan, mutta sen etumerkki säilyy. Selosta PID-säätimen P-, I- ja D-haaran ohjauskomponenttien käyttäytyminen siirryttäessä kaltevuuskulman pienenemishetkestä uuteen tasapainotilaan, jossa nopeuden erosuure on nolla. (4 p.)

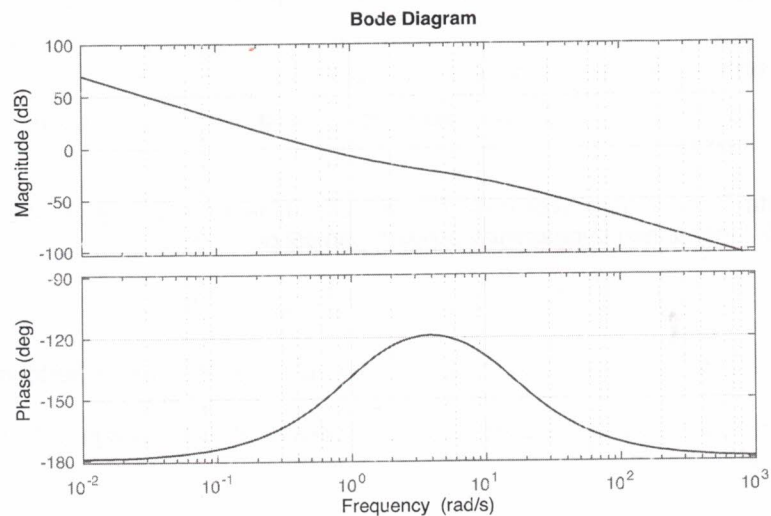
**Tehtävä 4.** Satelliitin asennon säätöpiirin lohkokaavio on alla.



Parametrit  $k$ ,  $a$  ja  $b$  ovat säätimen viritysparameetreja ja  $J > 0$  on satelliitin hitausmomentti.

- a) Johda säätöpiirin stabiiliusehdot kaksiosaisella Routhin testillä. Voit olettaa, että piirin siirtofunktio on supistumaton eli että piirin nolla ei kumoa mitään piirin napaa. (4 p.)

Alla olevassa Bode-diagrammissa on erään satelliitin asennon avoimen järjestelmän Bode-diagrammi.



- b) Arvioi säätöpiirin askelvasteen prosentuaalinen ylitys liitteenä olevilla kuvaajilla. (2 p.)  
 c) Miksi liitteen kuvaajista arvioitu prosentuaalinen ylitys on tälle järjestelmälle varmasti epätarkka, vaikka a)-kohdassa tehdyt oletukset ja stabiiliusehdot ovat voimassa? (1 p.)  
 d) Järjestelmän nykyistä vaihevaraa voi kasvattaa säätimen vahvistuksen  $k$  sopivalla valinnalla. Paljonko säätimen vahvistusta on muutettava, jotta vaihevara olisi noin 60 astetta? (2 p.)  
 e) Olkoon säätöpiirin asetusarvo  $r(t) = t$ ,  $t > 0$ . Määriä piirin säätövirheen loppuarvo. (3 p.)

**Tehtävä 5.** Aurinkopaneelijärjestelmän tavoitteena on seurata aurinkoa automaattisesti siten, että järjestelmän paneelit keräävät mahdollisimman paljon auringon säteitä. Näin aurinkopaneelista saadaan mahdollisimman suuri teho. Olkoon aurinkopaneelijärjestelmän avoimen järjestelmän siirtofunktio

$$L(s) = \frac{K}{\tau \cdot s + 1}$$

kun anturi on ideaalinen.

- a) Muodosta takaisinkytketyn systeemin siirtofunktio ja ratkaise sen aikavakio ja DC-vahvistus. (2 p.)  
 b) Määritä takaisinkytketyn systeemin askelvasteen loppuarvo sisäänmenoaskeleelle, jonka koko  $A > 0$ . Miten askelvasteen loppuarvoa voi tarkentaa? (2 p.)  
 c) Ratkaise takaisinkytketyn systeemin herkkyyssuhteen aikavakion suhteen. (2 p.)

**VIHJE:** Takaisinkytketyn systeemin  $T(s)$  herkkyys prosessin aikavakion  $\tau$  suhteen on:

$$S_\tau(s) = \frac{\tau}{T(s)} \cdot \frac{d}{d\tau} T(s).$$

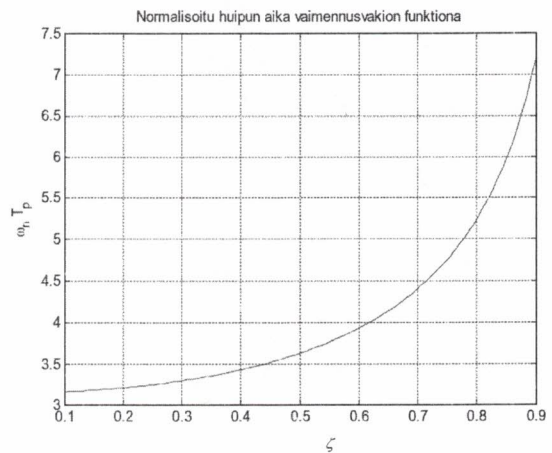
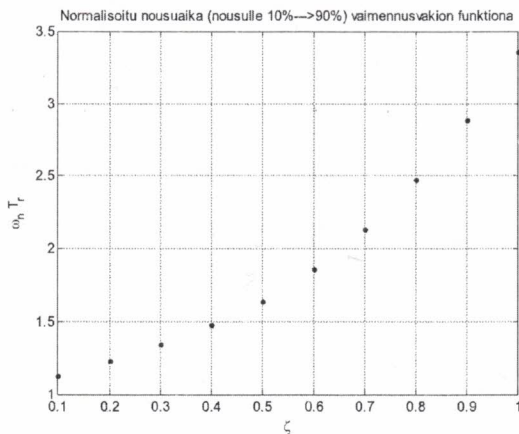
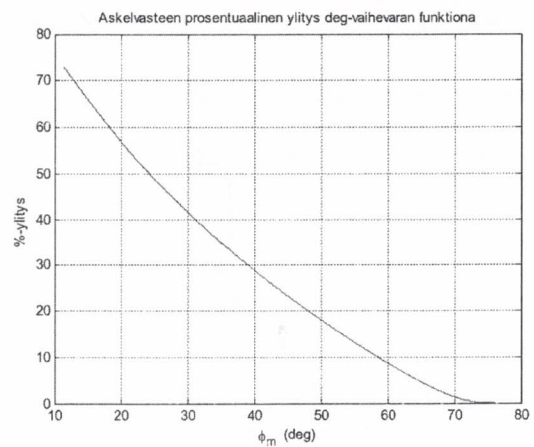
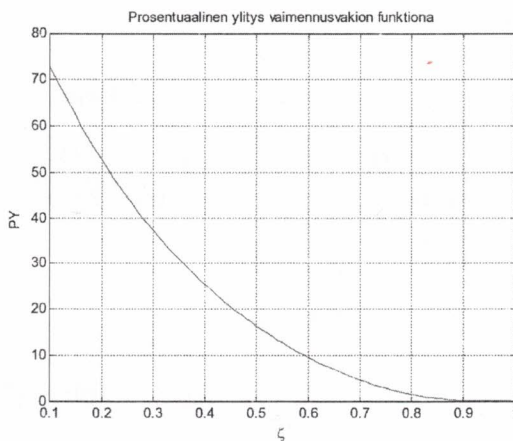
d) Määritä herkkyyden amplitudivahvistus, kun  $\omega \rightarrow \infty$ . (2 p.)

**LIITE.** Toisen kertaluokan viiveettömän ja nollattoman systeemin suunnittelukäyriä.

$$G(s) = \frac{k \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}, \quad \omega_n \geq 0$$

$$0 \leq \zeta \leq 1 \Rightarrow s = -\zeta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Vaimennussuhdetta kutsutaan myös vaimennusväkioksi. PY = %-ylitys = prosentuaalinen ylitys.



$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s), \quad T_s \approx \frac{4}{\zeta \omega_n}$$

$$R(r, c) = \frac{\begin{vmatrix} R(r-2, 1) & R(r-2, c+1) \\ R(r-1, 1) & R(r-1, c+1) \end{vmatrix}}{-R(r-1, 1)}$$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$$

$f(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\exp(x)$	$\ln( x )$	$x^p$	$a \cdot b$	$\frac{n}{d}$	$h(g(x))$
$f'(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\exp(x)$	$\frac{1}{x}$	$p \cdot x^{p-1}$	$a' \cdot b + b' \cdot a$	$\frac{d \cdot n' - n \cdot d'}{d^2}$	$h'(g(x)) \cdot g'(x)$

$$f(\bar{x}_1 + \Delta x_1, \dots, \bar{x}_n + \Delta x_n) \approx f(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) + \frac{\partial f}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) \cdot \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) \cdot \Delta x_n \quad \text{Taylor MISO}$$

**Partial Fraction Expansions (PFE) of Strictly Proper Rational Functions:**

$$\frac{c \cdot x + d}{(x-a) \cdot (x-b)} = \frac{c \cdot a + d}{(x-a) \cdot (a-b)} + \frac{c \cdot b + d}{(b-a) \cdot (x-b)} \quad \text{for } a \neq b. \text{ For mutually distinct numbers } a, b, c:$$

$$\frac{d \cdot x^2 + e \cdot x + f}{(x-a) \cdot (x-b) \cdot (x-c)} = \frac{d \cdot a^2 + e \cdot a + f}{(x-a) \cdot (a-b) \cdot (a-c)} + \frac{d \cdot b^2 + e \cdot b + f}{(b-a) \cdot (x-b) \cdot (b-c)} + \frac{d \cdot c^2 + e \cdot c + f}{(c-a) \cdot (c-b) \cdot (x-c)}$$

**function f → One-Sided Laplace Transform F:**

$f(t), t \geq 0$	$F(s) = L\{f\}$
1	$\frac{1}{s}$
$t$	$\frac{1}{s^2}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$\exp(a \cdot t)$	$\frac{1}{s-a}$
$\sin(b \cdot t)$	$\frac{b}{s^2 + b^2}$
$\cos(b \cdot t)$	$\frac{s}{s^2 + b^2}$
$\exp(a \cdot t) \cdot \sin(b \cdot t)$	$\frac{b}{(s-a)^2 + b^2}$
$\exp(a \cdot t) \cdot \cos(b \cdot t)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + b^2}$
$\exp(a \cdot t) \cdot t$	$\frac{1}{(s-a)^2}$

**One-Sided (Unilateral) Laplace Transform Rules:**

$f(t)$	$F(s) = L\{f\}$
$x_1(t) + x_2(t)$	$X_1(s) + X_2(s)$
$a \cdot x(t)$	$a \cdot X(s)$
$\begin{cases} x(t-a), & t \geq a \\ 0, & t < a \end{cases}$	$\exp(-a \cdot s) \cdot X(s)$
$\dot{x}(t)$	$s \cdot X(s) - x(0)$
$\ddot{x}(t)$	$s^2 \cdot X(s) - s \cdot x(0) - \dot{x}(0)$
$\int_0^t x_1(t-p) \cdot x_2(p) \cdot dp$	$X_1(s) \cdot X_2(s)$
$\exp(a \cdot t) \cdot x(t)$	$X(s-a)$
$t \cdot x(t)$	$-\frac{dX(s)}{ds}$
$\frac{\partial x(t,a)}{\partial a}$	$\frac{\partial X(s,a)}{\partial a}$

$$L\{x(t-a)\} = e^{-a \cdot s} \cdot X(s) + \int_{-a}^0 x(\tau) \cdot e^{-s\tau} \cdot d\tau \cdot e^{-a \cdot s}$$

$$L\{x^{(n)}\} = s^n \cdot X(s) - \sum_{k=0}^{n-1} x^{(k)}(0) \cdot s^{n-1-k}$$

