

OSA I Ei kirjallisuutta eikä laskinta.

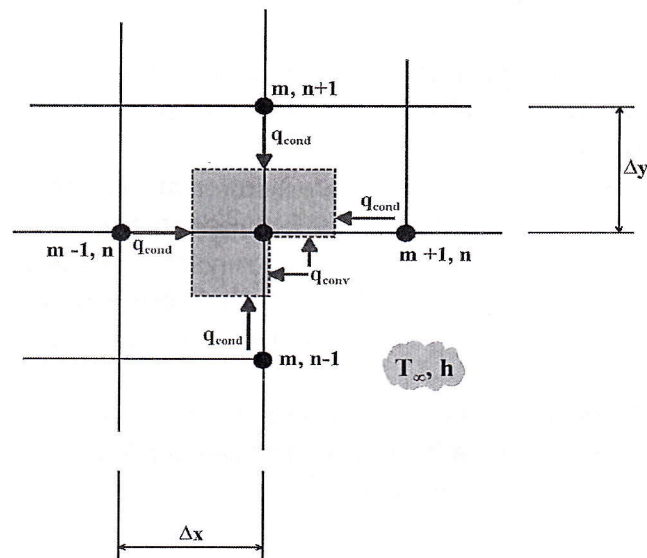
1. Vastaa lyhyesti seuraaviin kysymyksiin
  - a) Pilvettömien kevätöiden jälkeen maa on jäässä, vaikka ilman lämpötila on pysynyt koko yön plussan puolella. Jos sen sijaan taivas on ollut yön aikana pilvinen, maa ei ole jäänyt. Miten tämä on selitettävissä?
  - b) Miten määritellään terminen diffusiviteetti ja mikä on sen fysikaalinen merkitys?
  - c) Miten eristetty pinta matemaattisesti mallinnetaan?
  - d) Mitä Fourier'n lain edessä oleva miinusmerkki fysikaalisesti tarkoittaa?
  - e) Tarkastellaan koristeellista hopeasta valmistettua omenaa ja todellista omenaa. Kummassa tapauksessa kiinteäparametrin mallin käyttö on perustellumpaa ja miksi?
  - f) Onko vakiopoikkipinta-alan omaavassa jäähdytysrivassa toivottavampaa, että lämpötila pysyy rivin kärkeen asti lähes samana kuin tyvässä vai että lämpötila laskee nopeasti tyvestä etäännyttäessä?
  
2. Ratkaiset 2D stationääristä johtumisongelmaa analyttisesti muuttujien erottamisen menetelmällä? Mitä tällä tarkoitetaan? Tässä yhteydessä voidaan myös hyödyntää ns. yhteenlaskuperiaatetta. Mitä tällä tarkoitetaan?
  
3. Mitä ymmärretään ns. Fourier'n luvulla? Miten kyseinen termi liittyy epästationääriin johtumisongelman numeeriseen ratkaisemiseen?

**KÄÄNNÄ!**

4. Kirjoita solmulle  $(m, n)$  jatkuvuustilan differenssimenetelmän mukainen yhtälö, ja muokkaa yhtälö muotoon

$$T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + \frac{1}{2}(T_{m+1,n} + T_{m,n-1}) + \frac{h\Delta x}{\lambda} T_{\infty} - \left(C + \frac{h\Delta x}{\lambda}\right) T_{m,n} = 0$$

Mikä on edellä kirjoitetussa yhtälössä vakio  $C$ ?



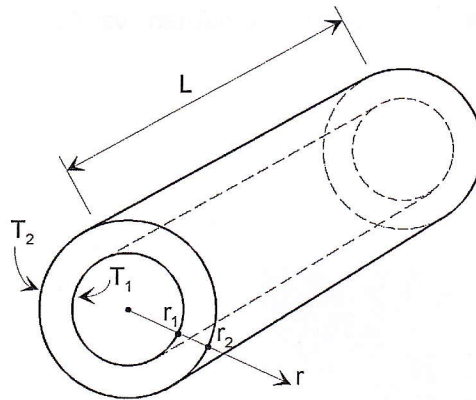
OSA II Kirjallisuuden ja oman ohjelmoitavan laskimen käyttö sallittu.

Vastaa kolmeen alla olevasta neljästä tehtävästä.

1. Yksidimensiainen, epästationääri, lähteellinen lämmönjohtumisyhtälö voidaan esittää muodossa

$$\frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^n \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{q} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad \left( \frac{W}{m^3} \right)$$

Levyllä indeksin  $n$  arvo on nolla, sylinterille  $n = 1$  ja pallolle  $n = 2$ . Tarkastellaan oheisen kuvan mukaista höyryputkea, jonka pituus  $L = 20$  m, sisäsäde  $r_1 = 6$  cm, ulkosäde  $r_2 = 8$  cm ja lämmönjohtavuus  $\lambda = 20$  W/mK. Putken sisäpinnan lämpötila  $T_1 = 150$  °C ja ulkopinnan lämpötila  $T_2 = 60$  °C. Määritä jatkuvuustilassa putken läpi syntyvä lämpöhäviö.



2. Sähköjohdin (pituus  $L = 5$  m ja halkaisija  $D = 3$  mm) on eristetty 2 mm:n paksuisella lakkaeristeellä, jonka lämmönjohtavuus  $\lambda = 0.15$  W/mK. Kun johtimeen syötetään 10 A:n virta, on johtimen yli oleva jännite 8 V. Eristettyä johdinta jäähdytetään väliaineella, jonka lämpötila on  $T_\infty = 30$  °C. Konvektiivinen lämmönsiirtokerroin johtimen eristetystä ulkopinnasta väliaineeseen on  $h = 12$  W/m<sup>2</sup>K. Määritä jatkuvuustilassa lämpötila johtimen ja lakkaeristekerroksen rajapinnassa. Käytä lämpöverkkomallia.

**KÄÄNNÄ!**

3. Laakerointiin tarkoitettuja teräskuulia (halkaisija  $D = 1.2$  cm, lämmönjohtavuus  $\lambda = 15.1$  W/mK, termien diffusiviteetti  $\alpha = 3.91 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s) lämpökäsitellään uunissa. Uunista poistuessaan ne tuodaan huoneilmaan ( $T = 30$  °C), jolloin kuulat ovat 900 °C:n tasalämpötilassa. Kuulat karkaistaan pudottamalla ne vesikylpyyn, ennen kuin niiden lämpötila alittaa 850 °C. Kuinka kauan kuulat voivat olla huoneen lämpötilassa ennen veteen upottamista, kun konvektiivinen lämmönsiirtymiskerroin  $h$  kuulista ilmaan on 125 W/m<sup>2</sup>K? (Pallon pinta-ala  $A = \pi D^2$  ja tilavuus  $V = \pi D^3/6$ )

4.

- a) Tarkastellaan levyllä transienttia 2D johtumisongelmaa, joka ratkaistaan eksplisiittisesti. Levyn kaksi samansuuntaista reunaa ovat vakiolämpötilassa, kahta muuta reunaa jäähdytetään konvektiivisesti. Tarkastele tehtävän stabiilisuusehtoja levyn reunojen keskellä.
- b) Tarkastellaan stationääriä yksidimensioista johtumisongelmaa levyllä, jossa generoituu Joule-lämpöä. Levyn lämmönjohtavuus on vakio ja levy on diskretoitu solmupisteisiin 0, 1, 2, 3, 4 ja 5 tasavälein, kahden vierekkäisen solmun välisen etäisyyden ollessa vakio  $\Delta x$ . Muodosta differenssiyhtälöt levyn reunoilla oleville solmuille, kun vasen reuna (solmu 0) on eristetty ja oikean reunan (solmu 5) reunaehtona on lämpösäteily levyn ja kuvan mukaisen, lämpötilassa  $T_{\text{surf}}$  olevan, seinämän välillä. Emissiviteetti levyn oikealla reunalla on  $\varepsilon$ .

