

1. Välikoe 9.2.2015

Vastaa kaikkiin kysymyksiin. Kokeessa ei saa käyttää laskimia tai taulukoita.

1. (a) Osoita, että funktio

$$F(x) = \frac{x}{3\sqrt{x^2+3}}$$

on funktion $f(x) = (x^2+3)^{-\frac{3}{2}}$ integraalifunktio. (2p)

- (b) Määritä

$$\int x^3 \sin x \, dx. \quad (2p)$$

- (c) Laske

$$\int_0^1 5x(x^2+1)^4 \, dx. \quad (2p)$$

2. (a) Olkoon

$$f(x) = \frac{1}{x(x+1)}.$$

Määritä $\int f(x) \, dx$ ja tutki tämän jälkeen, suppenevatko epäoleelliset integraalit

$$\int_1^{\infty} f(x) \, dx \quad \text{ja} \quad \int_0^1 f(x) \, dx. \quad (4p)$$

- (b) Määritellään lukujono $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, missä

$$a_n = \begin{cases} 1, & \text{kun } n \text{ on parillinen,} \\ \frac{n+1}{2n}, & \text{kun } n \text{ on pariton.} \end{cases}$$

Suppeneeko vai hajaantuuko jono $(a_n)_{n=1}^{\infty}$? Perustele vastauksesi. (2p)