

Joni Teppa

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta. Tentti 8.1.2018. Antti Vuorimäki

**Sallitut välineet:** Laskin luettelosta <http://www.tut.fi/~paavi/laskinohjeet.pdf>.

**Liitteet:** Tämän kysymyspaperin liitteenä jaetaan kokoelma kaavoja ja taulukoita.

**Vastausohje:** Laskutoimitukset on perusteltava. Kaavat on esitettävä symbolisessa muodossa ennen arvojen sijoittamista, mutta myös sijoitusten on näyttävä eikä pelkästään laskimesta saadun tuloksen. Käytä luonnosteluun erillistä suttupaperia, jotta varsinaisesta vastauksestasi tulee siisti. Kirjoita nimesi ja opiskelijanumerosi jokaisen vastauspaperin yläosaan.

**Arvostelu:** Kukin tehtävä arvostellaan pistein 0...6. Tehtävien alakohdat (a, b, jne.) ovat keskenään tasa-arvoisia. Tehtävien malliratkaisut ja tenttiin osallistuneiden tehtäväkohtaiset pisteet julkaistaan toteutuskerran Moodle-sivulla korjaamisen valmistuttua.

1. Tuotetta tehdään kolmella koneella  $K_1$ ,  $K_2$  ja  $K_3$ , joiden osuudet kokonaistuotannosta ovat 31 %, 47 % ja 22 %. Koneen  $K_1$ :n valmistamista tuotteista on virheellisiä 0,2 %,  $K_2$ :n valmistamista 0,1 % ja  $K_3$ :n valmistamista 0,4 %.

a) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu tuote on virheellinen?

b) Millä todennäköisyydellä virheelliseksi todettu satunnaisesti valittu tuote on tehty koneella  $K_3$ ?

2. Suorakulmion muotoisen aitauksen aidan kokonaispituus on 10 metriä ja tietyn yhden sivun pituus (metreinä) on jatkuva satunnaismuuttuja  $X$ . Tarkastellaan kahta muutoin toisistaan poikkeavaa tapausta:

a) Laske aitauksen pinta-alan odotusarvo, kun sivun pituus  $X$  noudattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on  $f(x) = \frac{x}{2}$ , kun  $0 \leq x \leq 2$  ja nolla muulloin.

b) Laske sivun pituuden  $X$  odotusarvo, kun aitauksen pinta-alan odotusarvon tiedetään olevan  $4 \text{ (m}^2\text{)}$  ja  $X$ :stä itsestään tiedetään vain, että sen varianssi on  $2 \text{ (m}^2\text{)}$ .

3. Talossa on järjestelmä, joka asukkaiden poissaollessa sytyttää ja sammuttaa valot satunnaisesti kerran tunnissa. Olkoon  $X$  valojen syttymisaika ja  $Y$  sammumisaika (tunteina). Ajat lasketaan joka tunnin alusta. Systemi on suunniteltu siten, että  $(X, Y)$  noudattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on

$$f(x, y) = 8xy, \text{ kun } 0 < x < y < 1 \text{ ja nolla muulloin.}$$

a) Laske todennäköisyys, että valot syttyvät puolen tunnin kuluessa ja sammuvat sitten vartin sisällä. b) Millä todennäköisyydellä valot palavat yhdellä kertaa ainakin puoli tuntia?

4. Noppaa on heitetty 100 kertaa ja tulosten summaksi on saatu 378. Tutki keskeisen raja-arvolauseen avulla, yksisuuntaisesti 5 %:n merkitsevyydellä, onko noppa kunnollinen siinä mielessä, että se antaa keskimäärin oikeita tuloksia. Kunnollinen vai ei?