

MAT-10100 JOHDATUS YLIOPISTOMATEMATIIKKAAN

Tentti 2.2.2009

Tentti:tehtävät 1-6.

1.vt: tehtävät 1 ja 2 + lisätehtävä1.

2.vt: tehtävät 3 ja 4 +lisätehtävä2.

3vt:tehtävät 5 ja 6 + lisätehtävä 3.

Voit tehdä samanaikaisesti tentin ja parantaa yhtä välitenttiä. paras arvosana jää voimaan. hyvityspisteet ovat voimassa myös tentissä.

Laskin saa olla mukana, ei taulukoita.

1. Sievennä a) $\left| -\sqrt{27} + 2\sqrt{3} - \left(-\frac{1}{2}\right) - \sqrt{4} \right|$

b) $\frac{x}{x^2 - 4} - \frac{x}{x^2 - 2x}$

2. (i) Jaa jakokulmassa

$$\frac{x^3 + x^2 - 11x - 15}{x + 3}$$

(ii) Sievennä , kun $x > 0$

$$\frac{x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}}$$

3. (i) Olkoon

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 1 & x \geq -2 \\ ax - 4a & x < -2 \end{cases}$$

Määrää a siten, että funktio $f(x)$ on kaikkialla jatkuva.

(ii) Määrää raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 12}{2x^2 + 4x}$$

4. (i) Etsi kaikki kulmat jotka toteuttavat yhtälön (x radiaaneissa)

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

(ii) Kolmion kahden sivun pituudet ovat 5.20m ja 7.40m sekä niiden välinen kulma on 51astetta. Laske kolmion kolmannen sivun pituus ja muiden kulmien suuruus. Laske myös kulman 51 astetta kärjestä piirretyn korkeusjanan pituus. (korkeusjana on kulman kärjestä

vastakkaiselle sivulle piirretty kohtisuora jana, joka on kohtisuorassa tätä sivua vastaan). Ilmoita tulokset 2 desimaalin tarkkuudella.

5. Ratkaise murtoepähtälö

$$\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x^2-1} \geq 1$$

6. (i) Derivoi $h(x) = x\sqrt{1-x}$. Määrä $h(x)$:n suurin ja pienin arvo välillä $[-8, 1]$.

(ii) Määrä erotusosamäärän avulla

$$f'(x)$$

$$\text{kun } f(x) = -x^2 + 2x.$$

Lisätehtävä 1. $g(x) = \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{3-x-1}}$

(i) Määrä g :n määrittelyjoukko.

(ii) Laske funktion arvo kun $x = -1$ ja $x = -6$.

Lisätehtävä 2

(i) Ratkaise yhtälö

$$|2x+1| - |5-x| = 1$$

(ii) Olkoot $\mathbf{a} = (-3, 1, -2)$, $\mathbf{b} = (-1, -1, 2)$ ja $\mathbf{c} = (0, 0, 1)$

Laske vektorien \mathbf{a} ja \mathbf{b} välinen kulma, sekä \mathbf{a} :n ja \mathbf{c} :n välinen kulma. (yhden desimaalin tarkkuus)

Lisätehtävä 3. (i) Integroi

$$\int 5x^4 + \sqrt{2x} - x(1+x^2)^5 dx.$$

(ii) Ratkaise yhtälö $\ln\left(-\frac{1}{2}x+1\right) = 2\ln x - \ln 2$.