

Insinöörimatematiikka X 1

Tentti 06.04.2010

Ei laskinta tai kirjallista materiaalia.

Kurssilla on käsitelty mm. seuraavia kaavoja, joista joitakin saatat tarvita:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{bmatrix} u_2 v_3 - u_3 v_2 \\ u_3 v_1 - u_1 v_3 \\ u_1 v_2 - u_2 v_1 \end{bmatrix}, \quad \text{proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|^2} \mathbf{v}, \quad \cos \theta = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|}$$
$$d(\mathbf{b}, l) = \|\mathbf{v} - \text{proj}_d(\mathbf{v})\|, \quad d(\mathbf{b}, \mathcal{P}) = \|\text{proj}_n(\mathbf{v})\|$$

Huom. Missään tehtävässä pelkkä vastaus ei riitä, vaan vastauspaperin tulee sisältää myös päättely, jolla vastaukseen päädyit.

- Onko lauseke $p \Rightarrow ((\neg q \Leftrightarrow \neg p) \vee (p \wedge \neg q))$ tautologia? Vihje: Totuustaulu.
 - Olkoon perusjoukko $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Tarkastellaan joukkoja $A = \{1, 5\}$ ja $B = \{1, 2, 4\}$. Esitä joukkojen A ja B yhdisteiden, leikkausten, erotusten ja komplementtien avulla joukot $\{1\}$, $\{3\}$ ja $\{5\}$.
- Tarkastellaan reaalifunktioita $f(x) = 3x^2 - 1$ ja $g(x) = \frac{\sqrt{3x-5}}{2x^2 + 2x - 12}$.
 - Selvitä funktion g suurin määrittelyjoukko.
Valitse seuraavissa kohdissa oikea vaihtoehto ja anna perustelu:
 - Kun funktion f määrittelyjoukko on suurin mahdollinen, joukon $[-1, 2]$ alkukuva on (b1) $(-1, 1)$, (b2) $[0, 1)$, (b3) $[2, 11)$
 - Funktio f on aidosti monotoninen, kun sen määrittelyjoukko on (c1) $(-2, 0)$, (c2) $(-1, 1)$, (c3) $[-1, 1]$
 - Käänteisfunktion f^{-1} lauseke on (d1) $\frac{1}{3x^2 - 1}$, (d2) $\sqrt{3x^2 - 1}$, (d3) $-\sqrt{\frac{y+1}{3}}$
- Mikä on luvun $\sqrt{3} - i$ esitys napakoordinaattimuodossa?
 - Merkitään $z = a + bi$. Vastaa vain yhteen vaihtoehtoista i. ja ii.
 - Esitä, miten selvitetään luvun z käänteisluvun muodossa $z^{-1} = x + yi$ esiintyvät reaaliosa x ja imaginääriosia y .
 - Jos muistat ulkoa, mikä käänteisluvun z^{-1} esitys on, todista, että kyseinen z^{-1} on z :n käänteisluku.
- Olkoot $\mathcal{P}_1 \subset \mathbb{R}^3$ ja $\mathcal{P}_2 \subset \mathbb{R}^3$ tasoja, joiden yhtälöt ovat $\mathcal{P}_1 : 3x + 2y - z = 1$ ja $\mathcal{P}_2 : 2x + y = 3$.
 - Millä vektorimuotoisesti esitetyllä suoralla tasot leikkaavat? Vihje: Gauss-Jordan.
 - Kuinka kaukana tasosta \mathcal{P}_2 on piste $(1, 0, 0)$?