

D D Tentti **Insiinöörimatematiikka D2**
D D 8.2. 2010 **MAT-10324 / Kaarakka**

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tehtävissä 3 riittää pelkkä vastaus. Tehtävässä ei saa käyttää mistänpaanaja, kirjallisuutta eikä laskinta. Kirjoita kaikkiin paperiin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi ja myös koulutusohjelmasi.

1. Tarkastellaan matriiseja

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 6 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ -1 & 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

(a) Laske, jos mahdollista, CA ja CB .

(b) Laske, jos mahdollista, B^{-1} .

(c) Laske, jos mahdollista, $\det(A)$.

2. Olkoon $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

(a) Etsi matriisin A sarakkeavaruuden kanta ja dimensio.

(b) Etsi matriisin A nolla-avaruuden kanta ja dimensio.

3. Vastaa lyhyesti (a)-(f) kohtien kysymyksiin. Jokaisen kohdan oikeasta vastauksesta saa yhden pisteen, väärästä vastauksesta vähennetään yksi piste ja vastaamatta jättäminen on nolla pistettä. Tehtävän kokonaispistemäärä ei kuitenkaan mene negatiiviseksi.

Tarkastellaan 4×4 -matriisia M , jonka $\dim(\text{row}(M)) = 3$.

(a) Onko matriisi M kääntyvä?

(b) Mikä on matriisin M aste?

(c) Mitä on $\dim(\text{null}(M))$?

(d) Onko matriisin M redusoitu vaakariviporrasmuoto I_4 ?

(e) Mikä on $\det(M)$?

(f) Jos $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^4$, voiko matriisiyhtälöllä $M\mathbf{x} = \mathbf{b}$ olla ratkaisuja ääretön määrä?

4. Olkoon matriisin E ominaisarvot $\lambda_1 = 4$ ja $\lambda_2 = 3$ ja ominaisarvoja vastaavat ominaisvektorit $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ja $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

(a) Ratkaise $E^3\mathbf{x}$, kun $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$.

(b) Annettujen tietojen perusteella, etsi diagonalisoituva matriisi E .