

D D	Tentti	Insinöörimatematiikka D3
D D	04.02. 2006	MAT-10334 / Kaarakka

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta.

Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi ja myös koulutusohjelmasi.

1. Tarkastellaan funktiota

$$f(x) = \sqrt{1+x} - 1, \quad x \geq 0.$$

(a) Laske $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$.

(b) Osoita, että $\frac{f(x)}{x} < \frac{1}{2}$, kun $x > 0$. (vinkki: väliarvolause).

2. (a) Ratkaise x , kun $\sinh(x) = 3$.

(b) Osoita, että

$$D_x(\operatorname{arcosh}(x)) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}, \quad x > 1.$$

3. (a) Laske integraali $\int x^2 \sin(x) dx$.

(b) Jos integraali

$$\int_1^{\infty} \frac{3x+7}{x^2+5x+6} dx.$$

hajaantuu, niin osoita se tai jos integraali suppenee, niin laske integraalin arvo.

4. (a) Tarkastellaan potenssisarjaa

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x)^n}{(n^2+1)3^n}.$$

Etsi potenssisarjan suppenemissäde ja suppenemisväli.

(b) Muodosta 4. asteen Maclaurinin polynomi (Taylorin polynomi, kehityskeskukseksi 0) funktiolle

$$f(x) = xe^x.$$