D D	**Tentti**	**Insinöörimatematiikka D3u**
D D	**4.3. 2013**	**MAT-10434 / Kaarakka**

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta.

Kaavaliite on tehtäväpaperin toisella puolella.

Ratkaise **tehtävät 1 ja 2 omalle** paperilleen ja **tehtävät 3 ja 4 omalle** paperilleen. Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi ja myös koulutusohjelmasi. Lisäksi jätä etusivulle ja marginaaleihin tilaa tarkastajan merkintöjä varten.

1. (a) (3 pistettä) Laske $\displaystyle\int_0^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$ sijoitusta $u = \sqrt{x}$ käyttäen. $2e^2-1$

   (b) (3 pistettä) Laske $\displaystyle\int x^3 e^{-x^2}\,dx$. $-\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{6}{8}x - \frac{3}{8}$

2. Laske integraalin $\displaystyle\int_0^2 \frac{5x+5}{x^2+x-6}dx$ arvo tai osoita, että se hajaantuu. $2\ln(4)-2\ln(2)-3\ln(-2)$

3. Etsi potenssisarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}(x-3)^n$$ $R = \frac{1}{2}$ $[\frac{5}{2}, \frac{7}{2}]$

suppenemissäde ja suppenemisväli.

4. (a) (2 pistettä) Ratkaise alkuarvo-ongelma

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}, \qquad y(3) = 5.$$ $\sqrt{x^2+16}$

   (b) (4 pistettä) Etsi epähomogeenisen differentiaaliyhtälön yleinen ratkaisu

$$y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = 2e^{-3x}.$$

$C_1e^{2x} + C_2xe^{2x} + \frac{2}{25e^{3x}}$ $\frac{a}{e^{3x}}$

D D Kaavoja — Insinöörimatematiikka D3u
D D — MAT-10434 / Kaarakka

1.

$f(x)$	$\int f(x)\,dx$
$\tan(x)$	$-\ln\lvert\cos(x)\rvert + C$
$\cot(x) = \dfrac{1}{\tan(x)}$	$\ln\lvert\sin(x)\rvert + C$
$\dfrac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x) + C$
$\dfrac{1}{\sin^2(x)}$	$-\cot(x) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x) + C$
$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\operatorname{arsinh}(x) + C = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{arcosh}(x) + C = \ln\lvert x + \sqrt{x^2-1}\rvert + C$
$\dfrac{1}{1-x^2}$	$\operatorname{artanh}(x) + C = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{x+1}{x-1} + C$

2. $s = \int_a^b \sqrt{1+f'(x)^2}\,dx, \quad A = 2\pi\int_a^b |f(x)|\sqrt{1+f'(x)^2}\,dx, \quad V = \pi\int_a^b f(x)^2\,dx$

3. $f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$

4. $R = \frac{1}{L} = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$

5.

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} x^k \qquad (-1 < x < 1)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \qquad (x \in \mathbb{R})$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!}x^{2k+1} \qquad (x \in \mathbb{R})$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!}x^{2k} \qquad (x \in \mathbb{R})$$