

MAT-13411 Laaja Matematiikka 1i
Tentti 23.10.2009
Esko Turunen

1. Oletetaan, että jos luonnollisella luvulla m on ominaisuus A , niin luvulla m on myös ominaisuus B .

- (a) Luvulla 313 ei ole ominaisuutta A . Mitä tästä voidaan päätellä?
- (b) Luvulla 5279 ei ole ominaisuutta B . Mitä tästä voidaan päätellä?
- (c) Todista induktiolla, että $n^2 + n$ on parillinen, kun n on positiivinen kokonaisluku.

2. Oletetaan tunnetuksi, että

1° jokainen rationaaliluku voidaan esittää muodossa $\frac{m}{n}$, missä korkeintaan toinen luvuista m, n on parillinen,

2° jos kokonaisluvun n neliö n^2 on parillinen, myös n on parillinen. Todista, ettei $\sqrt{2}$ ole rationaaliluku.

3. (a) Esitä kompleksiluku $-\sqrt{3} + i$ kompleksitason pisteenä (a, b) , polaarimuodossa ja eksponenttimuodossa.

(b) Onko $1 + i$ polynomien $p(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 4x - 2$ juuri?

4. (a) Millä vakion a arvoilla vektoreiden

$$\mathbf{r} = (1, 1, -1) \text{ ja } \mathbf{s} = (-3, 2, a)$$

välinen kulma on tylppä?

(b) Mitä pitää vektoreista \mathbf{u} , \mathbf{v} ja \mathbf{w} olettaa, että yhtälö

$$\mathbf{u} \bullet (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \bullet \mathbf{w}$$

olisi hyvin määritelty? Todista se niiden oletusten vallitessa oikeaksi tai vääräksi.

5. Tarkastellaan suoraa ℓ , joka on vektorin $\mathbf{d} = (1, 1, -1)^T$ suuntainen ja kulkee pisteen $\mathbf{P} = (1, 0, 1)^T$ kautta. Olkoon tason \mathcal{T} yhtälö $3x + 2y - z = 8$. Onko suora ℓ tason \mathcal{T} kanssa yhdensuuntainen, kohtisuorassa tasoa vastaan tai leikkaavatko taso ja suora muuten, ja jos leikkaavat, niin missä pisteessä?

EI LASKIMIA – EI KIRJALLISUUTTA!