

MAT-60100 Kompleksimuuttujan funktiot
2. Välikoe 3.12. 2015, klo 12-14.

POTHOAINEN

**Kirjoita koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ja
koulutusohjelmasi. Perustele vastauksesi.**

Ei muistiinpanoja, laskimia, taulukoita.

1. Olkoon $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ potenssisarja.
a) Määrittele sen suppenemissäde.
b) Osoita, että jos sarja suppenee pisteessä z_1 , niin se suppenee itseisestään, kun $|z| < |z_1|$.

2. Kehitä funktio

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+3)}$$

Laurentin sarjaksi renkaassa $1 < |z| < 3$.

3. Laske residylaskennan avulla integraali

$$\int_S \frac{1}{(z-2)(z-1)(z-4)} dz$$

kun integroimistie S on suorakulmion kehä, jonka kärkipisteet ovat $(0,-1)$, $(3,-1)$, $(3,1)$, $(0,1)$.

4. a) Määrittele funktion $f(t)$ Laplace-muunnos $L[f(t)]$. Milloin se on olemassa?

b) Lähtien kaavasta $L[e^{at}] = \frac{1}{s-a}$ johda funktion $f(t) = \sin at$ Laplace-muunnos.