SGN-1200 Signaalinkäsittelyn menetelmät
Välikoe 6.4.2010

Sivuilla 1-2 on VÄLIKOE. Älä vastaa siihen, jos et ollut ensimmäisessä välikokeessa. Tentin kysymykset ovat sivuilla 3-4. Vastaa vain jompaan kumpaan kokeeseen, ei molempiin eikä sekaisin. Vastaa konseptille, ja kirjoita ensimmäiselle sivulle ylös isolla sana VÄLIKOE tai TENTTI. Kirjoita myös nimesi ja opiskelijanumerosi. Jos olet suorittanut pakolliset harjoitukset aikaisemmin kuin tänä vuonna, merkitse paperin alkuun milloin.

• Vain tiedekunnan laskinta saa käyttää. •

1. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus -$\frac{1}{2}$p, ei vastausta 0p.
   (a) Signaalin $x(n)y(n)$ z-muunnos on $X(z)Y(z)$.
   (b) Vaihevasteen lineaarisuus takaa, että signaalin kaikki taajuudet viivästyvät yhtä monta sekuntia.
   (c) Ideaalisen alipäästösuotimen impulssivaste $h(n)$ kerrotaan saman mittaisilla Blackman- ja Hamming-ikkunoilla. Hamming-ikkunan tuloksen siirtymäkaista on leveämpi.
   (d) Suotimen stabiilius tarkistetaan selvittämällä ovatko sen siirtofunktion nollien itseisarvot pienempiä kuin yksi.
   (e) Impulssivasteen z-muunnoksesta käytetään nimeä "siirtofunktio".
   (f) FIR-suodin on aina stabiili.

2. (a) Erään suotimen napanollakuvio on kuvassa 1, ja tiedetään että sen amplitudivaste $|H(e^{i\omega})| \in [0, 1]$. Hahmottele suotimen amplitudivasteen kuvaaja niin tarkasti kuin se näillä tiedoilla onnistuu. (2p)
   (b) Onko kuvan 1 suodin stabiili? Millä perusteella? (2p)
   (c) Onko kuvan 1 suodin FIR vai IIR? Millä perusteella? (2p)

3. Suunnittele ikkunamenetelmällä ylipäästösuodin (selvitä käsin impulssivasteen lauseke), jonka vaatimukset ovat seuraavat:

Estokaista	[0 kHz, 4 kHz]
Päästökaista	[5.5 kHz, 16 kHz]
Päästökaistan maksimivärähtely	0.1 dB
Estokaistan minimivaimennus	51 dB
Näytteenottotaajuus	32 kHz

Käytä ~~etusivun~~ taulukoita hyväksesi.
Viimeisen sivun

 VÄLIKOE

4. Oletetaan, että kausaalisen LTI-järjestelmän heräte $x(n)$ ja vaste $y(n)$ toteuttavat seuraavan differenssiyhtälön:

$$y(n) = -y(n-1) - \frac{1}{2}y(n-2) + x(n) - 2x(n-1) + x(n-2).$$

   (a) Määritä järjestelmän siirtofunktio $H(z)$.

   (b) Piirrä napa-nollakuvio.

   (c) Onko järjestelmä stabiili? Miksi / miksi ei?

5. (a) Laske matriisin

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   kaksiulotteinen Fourier-muunnos. (2p)

   (b) Kausaalisen aikainvariantin järjestelmän siirtofunktio on

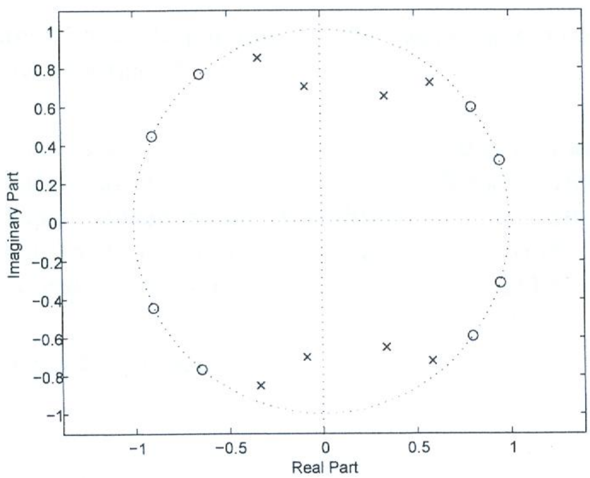
$$H(z) = \frac{1-(az)^{-1}}{1-az^{-1}},$$

   missä vakio $a \neq 0$.

   i. Määritä herätteen $x(n)$ ja vasteen $y(n)$ välinen yhtälö ja piirrä lohkokaavio. (2p)

   ii. Millä vakion a arvoilla järjestelmä on stabiili? (1p)

   iii. Piirrä napa-nollakuvio tapauksessa $a = \frac{1}{2}$. (1p)



Kuva 1: Tehtävän 2 napanollakuvio.

 VÄLIKOE

SGN-1200 Signaalinkäsittelyn menetelmät
Tentti 6.4.2010

Tästä alkaa TENTTI. Välikokeen kysymykset ovat nipun alussa.

• Vain tiedekunnan laskinta saa käyttää. •

1. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus -$\frac{1}{2}$p, ei vastausta 0p.
   (a) Signaalin $x(n)y(n)$ DFT on $X(n)Y(n)$.
   (b) Suotimen stabiilius tarkistetaan selvittämällä ovatko sen siirtofunktion napojen itseisarvot pienempiä kuin yksi.
   (c) Järjestelmä, jonka impulssivaste on $h(n) = \delta(n+3) + 1.2\delta(n-5) + 0.7\delta(n-6)$ on stabiili.
   (d) Kaksiulotteinen diskreetti Fourier-muunnos voidaan laskea yksiulotteisten diskreettien Fourier-muunnosten avulla.
   (e) Laskostuminen estetään A/D-muunnoksessa asettamalla näytteenottotaajuus vähintään samaksi kuin analogisen signaalin suurin taajuus.
   (f) FIR-suotimen impulssivasteessa on äärettömän paljon nollasta eroavia kertoimia.

2. (a) Laske vektorin $x(n) = (1, -1, 4, 5)^T$ diskreetti Fourier-muunnos. (1p)
   (b) Mikä on Fourier-muunnoksen matriisi tapauksessa $N = 2$? (2p)
   (c) Tarkastellaan reaalista vektoria $\mathbf{x} = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)^T$. Laske sen diskreetti Fourier-muunnos, kun vektorin $(x_0, x_2, x_4, x_6)^T$ DFT on $(-5, 3, -9, 3)^T$ ja vektorin $(x_1, x_3, x_5, x_7)^T$ DFT on $(0, -12, -4, -12)^T$. (3p)

3. Suunnittele ikkunamenetelmällä ylipäästösuodin (selvitä käsin impulssivasteen lauseke), jonka vaatimukset ovat seuraavat:

Estokaista	[0 kHz, 4 kHz]
Päästökaista	[5.5 kHz, 16 kHz]
Päästökaistan maksimivärähtely	0.1 dB
Estokaistan minimivaimennus	51 dB
Näytteenottotaajuus	32 kHz

   Käytä oheisia taulukoita hyväksesi.

4. Oletetaan, että kausaalisen LTI-järjestelmän heräte $x(n)$ ja vaste $y(n)$ toteuttavat seuraavan differenssiyhtälön:

$$y(n) = -y(n-1) - \frac{1}{2}y(n-2) + x(n) - 2x(n-1) + x(n-2).$$

   (a) Määritä järjestelmän siirtofunktio $H(z)$.

   (b) Piirrä napa-nollakuvio.

   (c) Onko järjestelmä stabiili? Miksi / miksi ei?

5. (a) Laske matriisin

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   kaksiulotteinen Fourier-muunnos. (2p)

   (b) Tarkastellaan alla olevan kuvan mukaista järjestelmää. Järjestelmä koostuu kahdesta suotimesta. Suotimen $H_1(z)$ impulssivaste on

$$h_1(n) = \delta(n-1),$$

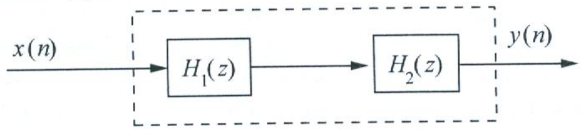
   ja suotimen $H_2(z)$ taajuusvaste on

$$H_2(e^{i\omega}) = \begin{cases} 1 & \text{kun } 0 \leq \omega < \frac{\pi}{4} \\ 0 & \text{kun } \frac{\pi}{4} \leq \omega \leq \pi. \end{cases}$$

   Mikä on katkoviivan sisällä olevan kokonaisuuden

   i. impulssivaste, (2p)

   ii. taajuusvaste? (2p)



TAULUKOITA

Suodintyyppi	Impulssivaste kun $n \neq 0$	Impulssivaste kun $n = 0$
Alipäästö	$2f_c \mathrm{sinc}(n \cdot 2\pi f_c)$	$2f_c$
Ylipäästö	$-2f_c \mathrm{sinc}(n \cdot 2\pi f_c)$	$1 - 2f_c$
Kaistanpäästö	$2f_2 \mathrm{sinc}(n \cdot 2\pi f_2) - 2f_1 \mathrm{sinc}(n \cdot 2\pi f_1)$	$2(f_2 - f_1)$
Kaistanesto	$2f_1 \mathrm{sinc}(n \cdot 2\pi f_1) - 2f_2 \mathrm{sinc}(n \cdot 2\pi f_2)$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

Ikkunafunktion nimi	Siirtymäkaistan leveys (normalisoitu)	Päästökaistan värähtely (dB)	Estokaistan minimivaimennus (dB)	Ikkunan lauseke $w(n)$, kun $\lvert n\rvert \leq (N-1)/2$
Suorakulmainen	0.9/N	0.7416	21	1
Bartlett	3.05/N	0.4752	25	$1 - \frac{2\lvert n\rvert}{N-1}$
Hanning	3.1/N	0.0546	44	$0.5 + 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Hamming	3.3/N	0.0194	53	$0.54 + 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Blackman	5.5/N	0.0017	74	$0.42 + 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0.08\cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right)$

TABLE 4.5 Properties of the Fourier Transform for Discrete-Time Signals

Property	Time Domain	Frequency Domain
Notation	$x(n)$	$X(\omega)$
	$x_1(n)$	$X_1(\omega)$
	$x_2(n)$	$X_2(\omega)$
Linearity	$a_1x_1(n) + a_2x_2(n)$	$a_1X_1(\omega) + a_2X_2(\omega)$
Time shifting	$x(n-k)$	$e^{-j\omega k}X(\omega)$
Time reversal	$x(-n)$	$X(-\omega)$
Convolution	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1(\omega)X_2(\omega)$
Correlation	$r_{x_1x_2}(l) = x_1(l) * x_2(-l)$	$S_{x_1x_2}(\omega) = X_1(\omega)X_2(-\omega)$ $= X_1(\omega)X_2^*(\omega)$ [if $x_2(n)$ is real]
Wiener–Khintchine theorem	$r_{xx}(l)$	$S_{xx}(\omega)$
Frequency shifting	$e^{j\omega_0 n}x(n)$	$X(\omega - \omega_0)$
Modulation	$x(n)\cos\omega_0 n$	$\frac{1}{2}X(\omega + \omega_0) + \frac{1}{2}X(\omega - \omega_0)$
Multiplication	$x_1(n)x_2(n)$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X_1(\lambda)X_2(\omega - \lambda)d\lambda$
Differentiation in the frequency domain	$nx(n)$	$j\frac{dX(\omega)}{d\omega}$
Conjugation	$x^*(n)$	$X^*(-\omega)$
Parseval's theorem	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1(n)x_2^*(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X_1(\omega)X_2^*(\omega)d\omega$	

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$