

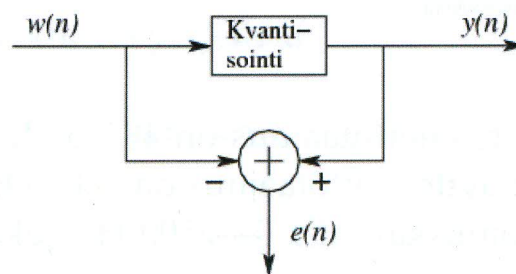
SGN-1251 Signaalinkäsittelyn sovellukset

Tentti 14.2.2011

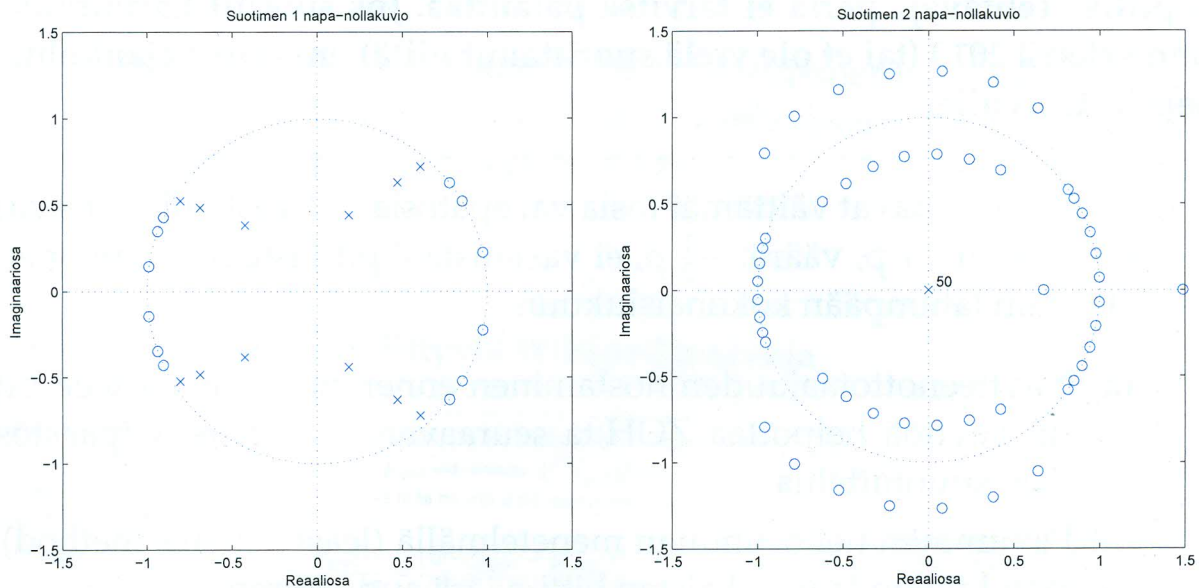
Heikki Huttunen

Välikokeessa saa käyttää vain tiedekunnan laskinta. Vastaa erilliselle konseptille. Tehtäväpaperia ei tarvitse palauttaa. Jos suoritat harjoitukset ennen syksyä 2010 (tai et ole vielä suorittanut niitä), merkitse ajankohta konseptin 1. sivulle.

- Ovatko seuraavat väittämät tosia vai epätosia? (Perusteluja ei tarvita. Oikea vastaus: 1 p, väärä: $-\frac{1}{2}$ p, ei vastausta 0 p.) Pistemäärä pyöristetään ylöspäin lähimpään kokonaislukuun.
 - Näytteenottotaajuuden nostaminen ennen nollannen asteen pitopiirin käyttöä helpottaa ZOH:ta seuraavan analogisen alipäästösuotimen suunnittelua.
 - Pienimmän neliösumman menetelmällä (least squares method) valitaan kunkin taajuuskaistan bittimäärä audiokompressiossa.
 - Desimoinnin yhteydessä tavattu $\lfloor N \rfloor$ -operaatio lisää $N - 1$ nollaa jokaisen kahden peräkkäisen näytteen väliin.
 - Jokainen ylimääräinen bitti pienentää kvantisointikohinaa niin, että signaali-kohinasuhde kasvaa noin kuusi desibeliä.
 - Kohinanmuokkauksessa kohinaa siirretään korkeammille taajuuksille.
 - Kuuden desibelin kaistanleveyttä käytetään arvoitaessa luokittelijan tehokkuutta.
- (a) Alla olevan kuvan järjestelmän heräte $w(n)$ on esitetty 16:n bitin tarkkuudella, ja kvantisoinnissa se pyöristetään viiteen bittiin. Piirrä kuva signaalin $e(n)$ jakaumasta. Merkitse vaaka-akselille asteikko selvästi näkyviin (2p).



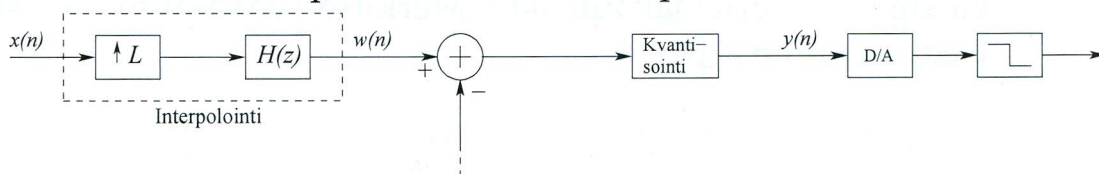
- (b) Kuvassa 1 on kaksi napa-nollakuvioita. Kumpi on FIR-suotimen ja kumpi IIR-suotimen napa-nollakuviot? Millä perusteella? (2p)
- (c) Ovatko kuvan 1 suotimet alipäästösuotimia, ylipäästösuotimia, kaistanpäästösuotimia vai kaistanestosuotimia? Millä perusteella? (2p).



Kuva 1: Tehtävien 2b ja 2c suodinten napa-nollakuviot.

3. Vastaa seuraaviin tehtäviin sanallisesti ja piirrä lohkokkaaviot.

- (a) Kuinka adaptiivista suodatusta voidaan käyttää sikiön sydänäänten tunnistukseen? (2p)
- (b) Mitä tapahtuu adaptiivisen suotimen kertoimille, jos referenssisignaali $s(n)$ ja kohdesignaali $x(n)$ eivät korreloi lainkaan. Toisin sanoen jokaisella kokonaisluvulla k on voimassa ehto $E[s(n)x(n - k)] = 0$. (2p)
- (c) Täydennä oheisen ensimmäisen asteen kohinanmuokkaimen lohkokkaavio lisäämällä puuttuvat kohdat. (2p)



4. Signaalin näytteenottotaajuus on 48000 Hz ja se halutaan tallentaa laitteelle, jonka näytteenottotaajuus on 6000 Hz. Signaalin olennaisin informaatio on taajuuskaistalla 0–2500 Hz, joka tulee säilyttää sellaisenaan

ilman vaimennusta. Desimointi halutaan toteuttaa mahdollisimman tehokkaasti, joten kaikki usean vaiheen toteutukset on tutkittava.

- Piirrä mahdollisten toteutusten lohkokaaviot. (2p)
- Suotimet suunnitellaan Hamming-ikkunalla, jolloin $N = 3.3/\Delta f$. Laske kerrointen yhteismäärät eri toteutuksissa. (2p)
- Laske montako kertolaskua sekunnissa eri toteutukset tarvitsevat. Mikä on tehokkain toteutus? (2p)

5. (a) Matlabin funktiolla suunnitellaan IIR-suodin, ja saadaan vektorit $a = [0.49, 0.98, 0.49]$ ja $b = [1.00, 0.69, 0.29]$. Nythän a kuvaa siirtofunktion osoittajan kertoimia ja b nimittäjän. Kirjoita (konseptille) puuttuva C-kielinen rivi, joka toteuttaa suotimen alla olevassa yksinkertaistetussa koodirungossa:

```
while (!finished)
{
    x[n] = ReadInput ();

    y[n] = _____
    WriteOutput (y[n]);
    n = n + 1;
}
```

- (b) Kappale on hetkellä $t(0) = 0$ s vapaassa pudotuksessa ja sen alkunopeus pystysuunnassa on v_0 ja paikka $s(0) = 0$. Paikasta tehdään kaksi muutakin mittausta hetkillä 2 s ja 4 s, jolloin saadaan seuraava taulukko.

Aika t	Paikka s(t)
0	0
2	22
4	83

Fysiikan kaavat antavat seuraavan yhteyden paikalle $s(t)$, alkunopeudelle v_0 ja vakiokiihtyvyydelle a :

$$s(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Kaava voidaan muuntaa meille tutuksi malliksi seuraavasti:

$$\begin{pmatrix} s(0) \\ s(1) \\ s(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t(0) & \frac{1}{2}t(0)^2 \\ t(1) & \frac{1}{2}t(1)^2 \\ t(2) & \frac{1}{2}t(2)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_0 \\ a \end{pmatrix} + \epsilon.$$

Laske käsin PNS-estimaatti $(\hat{v}_0, \hat{a})^T$. Tenttipaperin lopussa on joitakin wikipediasta otettuja sivuja, joista voi olla apua. Kiihtyvyyden pitäisi olla lähellä gravitaatiovakiota g . (3p)

Joitakin aiheeseen ehkä liittyviä Wikipedia-sivuja

Suppose two classes of observations have means $\bar{\mu}_{y=0}, \bar{\mu}_{y=1}$ and covariances $\Sigma_{y=0}, \Sigma_{y=1}$. Then the linear combination of features $\bar{w} \cdot \bar{x}$ will have means $\bar{w} \cdot \bar{\mu}_{y=i}$ and variances $\bar{w}^T \Sigma_{y=i} \bar{w}$ for $i = 0, 1$. Fisher defined the separation between these two distributions to be the ratio of the variance between the classes to the variance within the classes:

$$S = \frac{\sigma_{between}^2}{\sigma_{within}^2} = \frac{(\bar{w} \cdot \bar{\mu}_{y=1} - \bar{w} \cdot \bar{\mu}_{y=0})^2}{\bar{w}^T \Sigma_{y=1} \bar{w} + \bar{w}^T \Sigma_{y=0} \bar{w}} = \frac{(\bar{w} \cdot (\bar{\mu}_{y=1} - \bar{\mu}_{y=0}))^2}{\bar{w}^T (\Sigma_{y=0} + \Sigma_{y=1}) \bar{w}}$$

This measure is, in some sense, a measure of the **signal-to-noise ratio** for the class labelling. It can be shown that the maximum separation occurs when

$$\bar{w} = (\Sigma_{y=0} + \Sigma_{y=1})^{-1} (\bar{\mu}_{y=1} - \bar{\mu}_{y=0})$$

When the assumptions of LDA are satisfied, the above equation is equivalent to LDA.

Be sure to note that the vector \bar{w} is the normal to the discriminant hyperplane. As an example, in a two dimensional problem, the line that best divides the two groups is perpendicular to \bar{w} .

Generally, the data points to be discriminated are projected onto \bar{w} ; then the threshold that best separates the data is chosen from analysis of the one-dimensional distribution. There is no general rule for the threshold. However, if projections of points from both classes exhibit approximately the same distributions, the good choice would be hyperplane in the middle between projections of the two means, $\bar{w} \cdot \bar{\mu}_{y=0}$ and $\bar{w} \cdot \bar{\mu}_{y=1}$. In this case the parameter c in threshold condition $\bar{w} \cdot \bar{x} < c$ can be found explicitly:

$$c = \bar{w} \cdot (\bar{\mu}_{y=0} + \bar{\mu}_{y=1})/2$$

$$T\mathbf{a} = \mathbf{v}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} R_w[0] & R_w[1] & \dots & R_w[N] \\ R_w[1] & R_w[0] & \dots & R_w[N-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_w[N] & R_w[N-1] & \dots & R_w[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sv}[0] \\ R_{sv}[1] \\ \vdots \\ R_{sv}[N] \end{bmatrix}$$

These equations are known as the Wiener-Hopf equations. The matrix T appearing in the equation is a symmetric Toeplitz matrix. These matrices are known to be positive definite and therefore non-singular yielding a unique solution to the determination of the Wiener filter coefficient vector, $\mathbf{a} = T^{-1}\mathbf{v}$.

A regression model is a linear one when the model comprises a **linear combination** of the parameters, i.e.

$$f(x_i, \beta) = \sum_{j=1}^m \beta_j \phi_j(x_i)$$

where the coefficients, ϕ_j , are functions of x_i .

Letting

$$X_{ij} = \frac{\partial f(x_i, \beta)}{\partial \beta_j} = \phi_j(x_i).$$

we can then see that in that case the least square estimate (or estimator, in the context of a random sample), $\hat{\beta}$ is given by

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T \mathbf{y}$$