Teta-5211 Yritysrahoitus ja rahoitusmarkkinat Juho Kanniainen

Tentti 8.3.2013

Laskimet ja muistiinpanovälineet ovat sallittuja. Tenttipaperin liitteenä on kaavakokoelma. Kustakin tehtävästä voi saada korkeintaan 6 pistettä. TÄRKEÄÄ: Pyöristysvirheiden välttämiseksi laske luvuilla vasta lopuksi! Onnea tenttiin!

Tehtävä 1.

Ovatko seuraavat väittämät oikein vain väärin? Pisteitä saa vain oikein perustelluista vastauksista

a) Jos havaitsen väärin hinnoitellun osakkeen, osakkeiden hinnat ovat ennustettavia ja saat vapaan lounaan täydellä varmuudella. (1 p)

b) Jos yrityksen ilmoittama realisoitunut nettotulos on edellisvuoden realisoitunutta nettotulosta pienempi, osakkeen hinnan *täytyy* laskea ilmoituksen yhteydessä jotta markkinat olisivat tehokkaat. (1 p)

c) Oletetaan ettei ole veroja eikä transaktiokustannuksia ja että jossa osaketta voi ostaa tai myydä lyhyeksi minkä määrän tahansa ja velkaa voi antaa tai ottaa mielivaltaisesti. Lisäksi oletetaan, että osakkeen hinta voi mennä 20 % ylös tai 20 % alas tietyillä nollaa suuremmilla todennäköisyyksillä. Mitä suurempi todennäköisyys osakkeen hinnan nousuun on, sitä enemmän osakkeeseen sidotusta osto-optiosta kannattaa maksaa arbitraasivapailla markkinoilla. (1 p)

d) Sellaisen velkakirjan maturiteettituoton kehitys on täysin ennakoitavaa, jonka kassavirrat (kupongit ja nimellisarvo) tullaan maksamaan sijoittajille täydellä varmuudella. (1 p)

e) Jos (ja välillä kun) kullan hinta korreloi markkinaportfolion (i.e. suuren indeksin) kanssa negatiivisesti, CAP –mallin mukaan kullan hintaan perustuvan sijoituksen (esim kulta –ETF) tuottovaatimus voi olla riskitöntä korkoa pienempi tai jopa negatiivinen. (1 p)

f) Osake kannattaa ostaa juuri ennen osingon irtoamispäivää ja myydä heti maksupäivän jälkeen, koska tällaisella kaupankäyntistrategialla sijoittajan varallisuus kasvaa osingon verran ilman riskiä. (1 p)

Tehtävä 2.

Vastaa seuraaviin kysymyksiin max 20:lla rivillä / kohta.

a) Modigliani&Millerin mukaan i) yrityksen kokonaisarvo ei riipu sen pääomarakenteesta ja ii) velkaantumisasteen kasvu kasvattaa osakkeen odotettua tuottoa. Miten nämä sopivat yhteen? Ovatko väittämät keskenään ristiriitaisia? (3 p)

b) Miksi osakkeiden ja velkakirjojen hinnat heilahtelevat? Tuo esille eri näkökulmia (3 p)

(jatkuu...)

Tentti 8.3.2012

Tehtävä 3.

a) Yritys on juuri maksanut osingon 1.20€ ja seuraava osinko maksetaan tasan vuoden päästä. Osingon odotettu kasvuaste on vakio, 4%. Yrityksen osakkeen tuottovaatimus markkinoilla on 6%.
   i. Mikä on osakkeen hinta nyt? (1 p)
   ii. Juuri ennen seuraavaa osingonmaksua (n. vuoden päästä alkutilanteesta) yhtiökokous julkistaa yllättävän ja odotuksista poikkeavan osinkopäätöksen, ja osinkoa tullaankin maksamaan vain 1.00€. Osingon odotettu kasvuaste nousee kuitenkin 4.5%:iin. Osakkeen tuottovaatimus ei muutu. Olettaen, että uutinen tuli yllätyksenä, mikä on osakkeen hinta hetki ennen päätöstä ja hetki päätöksen jälkeen? Entä osingonmaksun jälkeen? (2 p)

b) Velkakirja erääntyy 20 vuoden päästä ja sen nimellisarvo on 1,000 €. Velkakirjan kuponkikorko on 10% ja hinta maturiteettituottona ilmaistuna on 10%.
   i. Mikä on velkakirjan hinta euroissa? (1 p)
   ii. Velkakirjan maturiteettituotto ensimmäisen 10 vuoden jälkeen on 5%. Mikä on tällöin bondin hinta euroissa? (1 p)

c) Spot-korot vuosille 1, 2 ja 3 ovat s_1 = 0.9 %, s_2 = 1.0 % ja s_3 = 1.2 %. Mikä on f_{23}, hetken 0 termiinikorko vuodesta 2 vuoteen 3? (1 p)

Tehtävä 4.

a) Osakkeen A odotettu tuottoaste on 12% ja volatiliteetti 15%. Vastaavasti osakkeen B odotettu tuotto on 18% ja volatiliteetti 26%. Osakkeiden välinen korrelaatio on 0.4. Mikä on näistä kahdesta osakkeesta ja riskittömästä sijoituskohteesta muodostetun portfolion tuotto ja volatiliteetti, kun portfoliossa 40% osaketta A, 20% osaketta B ja 40% edestä riskitöntä sijoituskohdetta, jonka tuottoaste on 2%? (3 p)

b) Osakkeen C volatiliteetti on 42% ja beta on 0.89. Lisäksi markkinaportfolion volatiliteetti on 17% ja odotettu tuotto on 15%. Riskitön korko on 5%. Oletetaan, että olet sijoittanut 40,000€ C:n osakkeisiin. CAP-mallin mukaan osakkeelle on olemassa vaihtoehtoinen sijoituskohde, johon sijoittamalla saat yhtä suuren odotetun tuoton pienimmällä mahdollisella volatiliteetilla. Mikä on tämä vaihtoehtoinen portfolio ja mikä on sen volatiliteetti? (3 p) [vinkki: sinun tarvitsee soveltaa vain CAP –mallia ja pääomasuoraa]

TETA-5211 Yritysrahoitus ja rahoitusmarkkinat
Liite tenttiin, kevät 2013
Kaavakokoelma

Juho Kanniainen

- **Korkolaskelmat:** Olkoon r kohteen vuotuinen tuottoaste. Lisäksi tuotto lisätään pääomaan m kertaa vuodessa. Tällöin yhden rahayksikön sijoituksen arvo vuoden kuluttua on
$$\left(1+\frac{r}{m}\right)^m.$$
Jos tuotto lisätään pääomaan jatkuvasti (eli $m \to \infty$), niin yhden rahayksikön sijoituksen arvo vuoden kuluttua on
$$\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{r}{m}\right)^m = e^r,$$
missä $e \approx 2.7818\ldots$ on luonnollisen logaritmin kantaluku.

- **Annuiteetti**: Oletetaan, että kohteesta saa vuosittain rahamäärän A ensi vuodesta lähtien yhteensä n kertaa. Silloin näiden n:n kassvavirtojen yhteenlaskettu nykyarvo on
$$\sum_{i=1}^{n}\frac{A}{(1+r)^i} = \frac{A}{r}\left(1-\frac{1}{(1+r)^n}\right),$$
missä r on vuosittainen tuottovaatimus.

- **Gordonin kaava**: Oletetaan, että seuraava osinko maksetaan tasan vuoden päästä, ja sen *odotettu* arvo on $\mathbb{E}[D_1] \equiv \bar{D}_1$. Tämän jälkeen osinkoja maksetaan vuosittain siten, että niiden vuosittainen *odotettu* kasvuvauhti on g, eli $\bar{D}_{k+1} = \bar{D}_k(1+g)$, $k = 1, 2, \ldots$, missä $\mathbb{E}[D_k] \equiv \bar{D}_k$. Tällöin osakkeen nykyinen arvo, V_0, on
$$V_0 = \mathbb{E}_0\left[\sum_{k=1}^{\infty}\frac{D_k}{(1+\bar{r})^k}\right] = \frac{\bar{D}_1}{\bar{r}-g},$$
missä $\bar{r}$ on sovellettava diskonttokorko (oman pääoman tuottovaatimus).

- **Kuponkeja maksavat velkakirjat:** Oletetaan, että velkakirja maksaa m kertaa vuodessa kupongin C/m yhteensä n kertaa ja lopuksi velkakirjan nimellisarvon F. Tällöin velkakirjan nykyinen euromääräinen hinta maturiteettituotolla y on

$$V = \frac{F}{(1+y/m)^n} + \sum_{i=1}^{n} \frac{C/m}{(1+y/m)^i}.$$

- Jos velkakirjaan sovellettavat spot -korot ovat $s_1, s_2, \ldots, s_n$, velkakirjan hinta on

$$V = \frac{F}{(1+s_n/m)^n} + \sum_{i=1}^{n} \frac{C/m}{(1+s_i/m)^i}.$$

- **Duraatio**: Olkoon $\mathbf{PV}(C_k)$ hetkellä t_k maksettavan kassavirran C_k diskontattu nykyarvo. Jos arvopaperiin liittyy n kassavirtaa, $C_1, C_2, \ldots, C_n$ jotka maksetaan hetkillä $t_1, t_2, \ldots, t_n$, arvopaperin duraatio on

$$D = \frac{\mathbf{PV}(C_1) \times t_1 + \mathbf{PV}(C_2) \times t_2 + \cdots + \mathbf{PV}(C_n) \times t_n}{\mathbf{PV}(C_1) + \mathbf{PV}(C_2) + \cdots + \mathbf{PV}(C_n)}$$

- **Modifioitu duraatio**: Olkoon arvopaperin hinta V. Modifioitu duraatio on

$$D_m = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dy},$$

missä y on velkakirjan maturiteettituotto (yllä 'd' viittaa derivointiin). Jos arvopaperin kassavirrat maksetaan m kertaa vuodessa, niin

$$D_m = \frac{D}{1+\frac{y}{m}}.$$

Konveksisuus: Jos arvopaperin hinta on V ja maturiteettituotto y, niin arvopaperin konveksisuus on

$$\frac{1}{V}\frac{d^2V}{dy^2}.$$

Jos tuottoaste muuttuu äärellisesti muutoksen ollessa Δy, niin arvopaperin hinnan suhteellinen muutos on

$$\frac{\Delta V}{V} \approx -D_m \Delta y + \frac{1}{2}C(\Delta y)^2.$$

- **Valuuttatermiinit**: Olkoon X_0 ulkomaan valuutta kotimaan valuutassa hetkellä 0 (spot -kurssi), r_F (vakio) ulkomaan valuutan riskitön korko ja r_D (vakio) kotimaan valuutan riskitön korko. Tällöin hetkellä 0 sovittu termiinikurssi toteuttaa arbitraasivapailla (ja kuluttomilla) markkinoilla
$$F_{0,n} = X_0 \frac{(1 + r_D)^n}{(1 + r_F)^n}.$$

- **Hyödykefutuurit**: Olkoon X_0 hyödykkeen spot -kurssi hetkellä 0, r (vakio) sovellettavan valuutan riskitön korko ja U sopimuksen juoksuajan varastointikustannusten nykyarvo suhteessa hyödykkeen määrään. Varastointikustannukset oletetaan tunnetuiksi. Tällöin hetkellä 0 sovitun futuurin hinta toteuttaa arbitraasivapailla (ja kuluttomilla) markkinoilla
$$F_{0,n} = (X_0 + U)(1 + r)^n.$$

- **Osakefutuurit**: Olkoon V_0 osakkeen spot -kurssi hetkellä 0, r (vakio) sovellettavan valuutan riskitön korko ja U sopimuksen juoksuajan osinkojen nykyarvo / yksi osake. Juoksuajan osingot oletetaan tunnetuiksi. Tällöin hetkellä 0 sovitun futuurin hinta toteuttaa arbitraasivapailla (ja kuluttomilla) markkinoilla
$$F_{0,n} = (V_0 - U)(1 + r)^n.$$

- **Odotusarvo, varianssi ja kovarianssi (äärellinen määrä todennäköisyyksiä)**: Olkoon x satunnaismuuttuja joka voi saada arvoja $x_1, x_2, \ldots, x_m$, joihin liittyvät todennäköisyydet ovat $p_1, p_2, \ldots, p_m$. Tällöin x:n odotusarvo on
$$\mathbb{E}[x] = \sum_{i=1}^{m} x_i p_i.$$
Jos x:n odotusarvo $\mathbb{E}[x] = \bar{x}$, niin x:n varianssi on
$$Var[x] = \mathbb{E}\left[(x - \bar{x})^2\right] = \mathbb{E}\left[x^2\right] - \bar{x}^2.$$
Olkoon x_1 ja x_2 satunnaismuuttujia odotusarvoilla $\mathbb{E}[x_1] = \bar{x}_1$ ja $\mathbb{E}[x_2] = \bar{x}_2$. Tällöin niiden kovarianssi on
$$cov\left[x_1, x_2\right] = \mathbb{E}\left[(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2)\right] = \mathbb{E}[x_1 x_2] - \bar{x}_1 \bar{x}_2.$$

- **Korrelaatio:** Olkoon $cov[x_1, x_2] = \sigma_{12}$, $var[x_1] = \sigma_1^2$ ja $var[x_2] = \sigma_2^2$. Tällöin x_1:n ja x_2:n välinen korrelaatiokerroin on määritelty seuraavasti:

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2}.$$

- **Portfolion tuoton varianssi**: Oletetaan, että portfoliossa on n osaketta painoilla $w_1, w_2, \ldots, w_n$. Lisäksi osakkeiden tuottoasteet ovat $r_1, r_2, \ldots, r_n$ ja varianssit $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2$. Tällöin portfolion tuotto on

$$\sum_{i=1}^{n} w_i r_i$$

ja varianssi

$$\sum_{i,j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij},$$

missä σ_{ij} on osakkeiden i ja j tuottoasteiden kovarianssi.

- **Capital Asset Pricing Model**: Olkoon riskitön korko r_f, markkinaportfolion tuottoaste r_m ja β_i osakkeen i beta-kerroin. Tällöin osakkeen i odotettu tuottoaste (ja tasapainomarkkinoilla vaadittu tuottoaste) on

$$\bar{r} \equiv \mathbb{E}[r_i] = r_f + (\mathbb{E}[r_m] - r_f)\,\beta_i, \qquad \beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2},$$

missä σ_m on markkinaportfolion tuoton keskihajonta (volatiliteetti) ja σ_{im} markkinaportfolion ja osakkeen tuottojen välinen kovarianssi.

- **Standardoitu satunnaismuuttuja**: Olkoon x normaalisti jakautunut satunnaismuuttuja odotusarvolla $\bar{x}$ ja varianssilla σ^2. Tällöin standardoitu satunnaismuuttuja on

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \sim N(0, 1),$$

missä N viittaa normaalijakaumaan.

- **Normaalijakauma**: Jos satunnaismuuttuja x on normaalisti jakautunut, merkitään $x \sim N(\bar{x}, \sigma^2)$, missä $\bar{x}$ on x:n odotusarvo ja σ^2 x:n varianssi.

  Normaalijakauman tiheysfunktio odotusarvolla 0 ja varianssilla 1 on

$$n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}.$$

Kertymäfunktio ilmaistaan seuraavasti:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}u^2} du.$$

Huomaa, että $N'(x) = n(x)$.

- **Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava**: Polynomiyhtälön

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0,$$

ratkaisut ovat:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- **WACC:** Olkoon E oman pääoman markkina-arvo, D velan markkina-arvo,, r_e oman pääoman tuottovaatimus r_d velan korko ja f veroaste. Tällöin kokonaispääoman tuottovaatimus on

$$r_a = \underbrace{\frac{E}{E+D} r_e + \frac{D}{E+D} r_d}_{\text{WACC ilman veroja}} - \underbrace{\frac{D}{E+D} r_d f}_{\text{Verovaikutus}}.$$

Exponenttitaulukko

Huomaa että exp(a+b) = exp(a)*exp(b). Siten esim. exp(1.2) = exp(1)*exp(0.2).

exp(1)=2.7182 81828
exp(2)=7.3890 56099
exp(3)=20.085 53692
exp(4)=54.598 15003
exp(5)=148.41 31591
exp(6)=403.42 87935
exp(7)=1096.6 33158
exp(8)=2980.9 57987
exp(9)=8103.0 83928

exp(0.1)=1.1051 70918
exp(0.2)=1.2214 02758
exp(0.3)=1.3498 58808
exp(0.4)=1.4918 24698
exp(0.5)=1.6487 21271
exp(0.6)=1.8221 18800
exp(0.7)=2.0137 52707
exp(0.8)=2.2255 40928
exp(0.9)=2.4596 03111

exp(0.01)=1.0100 50167
exp(0.02)=1.0202 01340
exp(0.03)=1.0304 54534
exp(0.04)=1.0408 10774
exp(0.05)=1.0512 71096
exp(0.06)=1.0618 36547
exp(0.07)=1.0725 08181
exp(0.08)=1.0832 87068
exp(0.09)=1.0941 74284