

MAT-20500 TODENNÄKÖISYYSLASKENTA Tentti 2.2.2007

Valitse palautuspinoista oma luentoryhmäsi! Saat siten mahdolliset laskuharjoituspisteet huomioitua!

Pinot:

Silvennoinen: S, Au,

Vattulainen: 1 ja 2 periodi,

Pirttimäki: B, Ti, Tle

73050 Tilastomatematiikka ("vanhat")

Ratkaise:

Todennäköisyyslaskenta: tehtävät 1-4.

Tilastomatematiikka: tehtävät 2-6

Kaavakokoelma jaetaan, laskinta saa käyttää.

- Arpajaisissa on 500 arpa. Voitoarpoja on 1kpl 500e, 2kpl 200e, 2kpl 100e, 10kpl 10e. Ostetaan yksi arpa, laske voiton odotusarvo. Tee tämän perusteella ehdotus arvan sopivaksi hinnaksi.
 - Neljän munkin ja kuuden viinerin joukosta valitaan satunnaisesti kuusi tuotetta. Millä todennäköisyydellä saadaan neljä viineriä ja kaksi munkkia.
- Älykkyyden jakauman älykkyydosamääränä mitaten oletetaan olevan Suomessa $N(100, 24^2)$.
 - Yhdistyksen Mensa ry pääsee jäseneksi, jos älykkyydosamäärä on korkeampi kuin 98 prosentilla ihmisistä. Mikä älykkyydosamäärä jäseniltä siis vähintään vaaditaan?
 - Entä millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun suomalaisen älykkyydosamäärä on ainakin 120?
- Satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 3/x^4 & x \geq a \\ 0 & x < a \end{cases}$$

- Määrää a .
- Määrää x :n odotusarvo $E(x)$ ja varianssi $\text{var}(x)$.

- Olkkoon satunnaisevektori $x = (x, y)$ tasan jakautunut yllä mainitun $\Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 2, y \leq x \leq 2\}$.
 - Määrää satunnaisevektorin tiheysfunktio $f(x, y)$.
 - Määrää $\text{cov}(x, y)$.
 - Määrää $\text{corr}(x, y)$.
- Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ otettiin 14 riippumatonta havaintoa. Otokeskiarvoksi saatiin 18.0 ja otosvarianssiksi 9. Määrää odotusarvon 95 % luottamusväli ja varianssin σ^2 90 % luottamusväli.
- Leipomo leipoo ruisleipiä, joiden painon se sanoo olevan vähintään 500 g. Oletetaan, että paino noudattaa normaalijakaumaa. Punnitaan 25 ruisleipää (satunnaisesti valittu) ja saadaan otokeskiarvoksi 490 g ja otosvarianssiksi 250 g². Testaa 5 % riskitasolla nollassa hypoteesillä $H_0: \mu \geq 500$, kun vaihtoehtoinen hypoteesi on $H_1: \mu < 500$.