

**73030 Insinöörimatematiikka 1**

Tentti 16.12.1999, sarja B

**K, Te, Tu / Lehto  
S, Au / Vehmanen**

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.
- Kirjoita paperiin nimesi, numeroisi ja koulutusohjelmasi.

1. Laske funktion  $f(x) = x + x^3$ ,  $x \geq 0$ , käänteisfunktiolle  $Df^{-1}(1|0)$ .
2. Tiedetään, että  $\tanh x = 5/9$ . Mitä ovat tällöin  $\sinh x$  ja  $\cosh x$ ?

3. Mitkä on suorien  $S_1: \frac{x-1}{4} = \frac{y+6}{3} = -\frac{z}{2}$  ja  $S_2: \frac{x+3}{5} = y-1 = \frac{z+3}{4}$  välinen lyhin etäisyys?

*Ohje:* Kummaltakin suoralta valitaan piste. Niiden yhdysjana(-vektori)  $\mathbf{n}$  projisoidaan vektorille  $\mathbf{v}$ , joka on kohtisuorassa molempia suoraa vastaan. Saadun projektiiovektorin pituus (= sen skalaarikomponentin itseisarvo) on kysytty etäisyys.

4. Muodosta yhtälö sellaiselle tasolle, jonka jokaisen pisteen etäisyys tasosta  $x - y + z = 0$  on 6.

5. Laske origokeskisen ympyrän kehän puolikkaalle pituus

a) esityksestä  $r = 3$  kaavalla 
$$\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta,$$

b) esityksestä  $\mathbf{f}(t) = 3(\cos t)\mathbf{i} + 3(\sin t)\mathbf{j}$  kaavalla 
$$\int_{t_0}^{t_1} |\mathbf{f}'(t)| dt.$$

6. Osoita, että, jos  $z = y^m f(u)$ , missä  $u = xy$ , niin

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = mz$$

7. Tiedetään (laskuharjoituksista), että  $f_x(0, 0) = 0$  ja  $f_y(0, 0) = 0$ , kun

$$f(x, y) = \begin{cases} xy/(|x|+|y|), & \text{kun } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{kun } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Mitä tulisi suunnan derivaatan arvoksi origossa suunnan  $\mathbf{u} = (1, \sqrt{3})/2$

a) kaavalla  $f'_{\mathbf{u}}(\mathbf{0}) = \nabla f(\mathbf{0}) \cdot \mathbf{u}$ , [2 pistettä]

b) kaavalla  $f'_{\mathbf{u}}(\mathbf{0}) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\mathbf{0} + h\mathbf{u}) - f(\mathbf{0})}{h}$  ? [4 pistettä]

(Jos tulokset eivät ole samoja, niin funktio ei vain sitten ole differentioituva.)

8. Kappaleen tilavuus saadaan integraalilla 
$$V = \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_{-1}^2 dy dz dx.$$

a) Hahmottele koordinaatistoon, mistä kappaleesta on kysymys. [1 piste]

b) Mitkä ovat rajat, jos integroidaan järjestyksessä  $dx dy dz$  ? [2 pistettä]

c) Laske integroimalla ko. tilavuus. [3 pistettä]

*Ohje:* Vainda napakoordinaatistoon  $xz$ -tasolla.

**Tenttiin on sinun itse valittava 6 tehtävää edellä olevista.**

Puuttuvan ensimmäisen välitentin voi suorittaa tehtävillä 1 ja 2, puuttuvan toisen välitentin voi suorittaa tehtävillä 3 ja 4, puuttuvan kolmannen välitentin voi suorittaa tehtävillä 5 ja 6, puuttuvan neljännen välitentin voi suorittaa tehtävillä 7 ja 8,

- luentoryhmissä S, Au, jos olet niistä etukäteen sopinut,
- luentoryhmissä K, Te, Tu (sopimattakin) vain yhden välitentin.