

73030 Insinöörimatematiikka 1 (K, Te, Tu / Lehto)

Tentti 19.12.2001

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!

HUOM! Tehtävät T1 - T5 ovat tenttitehtäviä.

Välikokeen suorittajat laskevat seuraavasti:

välikoe 1 (T1, Y1), välikoe 2 (T2, Y2), välikoe 3 (T3, Y3) ja välikoe 4 (T4, T5).

Muista merkitä vastauspaperiisi, oletko suorittamassa tenttiä vaiko välikokeita:

T1. Olkoot $f(x) = x^2 \sin(x)$ ja $g(x) = 2x + 1$. Laske ketjusääntöä hyväksikäyttäen derivaatat yhdistetyille funktioille $f(g(x))$ ja $g(f(x))$.

T2. Tarkastele funktiota $y = f(x) = e^{-2x} + 2e^{-x}$, $|x| \leq 1$.

a) Osoita, että funktiolla on käänteisfunktio, muodostamatta itse käänteisfunktioita. b) Mitkä ovat käänteisfunktion määrittelyjoukko ja arvojoukko? c) Laske käänteisfunktion derivaatta kohdassa 3 eli $Df^{-1}(3)$ muodostamatta itse käänteisfunktioita.

T3. Olkoon tason P parametrinen esitys $s(3,2,1) + t(2,1,1) + (-2,0,1)$.

a) Anna parametriesitys sellaiselle suoralle L, joka on kohtisuorassa P:tä vastaan ja kulkee origon kautta.

b) Etsi yksikkövektori \mathbf{n} ja luku c siten, että P:llä on yhtälö $\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} = c$.

T4. Etsi käyttäen Lagrangen menetelmää maksimi- ja minimiarvot funktiolle $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3$ origokeskeisellä 2-säteisellä pallopinnalla $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Mikä on maksimikohdan etäisyys minimikohdasta?

T5. Tutki suppeneeko a) $\int_1^e \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$ ja b) $\int_1^e \frac{1}{x(\ln x)^{1/2}} dx$.

Y1. Osoita induktiotodistuksella oikeaksi väite $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Y2. a) Millä x :n arvolla $\sinh(x) + \cosh(x) = 2$? **b)** Laske $\lim_{x \rightarrow \infty} \sinh(x) - \cosh(x)$.

Y3. Onko funktio $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{\sin x} + y & \text{jos } x \neq 0 \\ 1 + y & \text{jos } x = 0 \end{cases}$

jatkuva koko xy -tasossa? Perustelut?

