

Tentti 29.1.2001

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.

1 a) Derivoi $\coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x}$, kun $D\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2}$

b) Jos siis $g(y) = \coth y$, niin $g'(y) = 1 - \coth^2 y$. Muodosta a-kohdan funktion käänteisfunktion $f(x) = \ar \coth x$ derivaatalle lauseke kaavalla

$$f'(x) = \frac{1}{g'(f(x))}$$

2. Muodosta kompleksiluvun $z = \cos \theta - j \sin \theta$ a) liittoluku \bar{z}
 b) käänteisluku z^{-1} . Esitä ne muodossa $x + jy$ (josta näkyvät reaali- ja imaginaariosa)
 c) Laske b-kohdan vastaustasi käyttäen $z\bar{z} = 1$.

3. Onko suorilla $S_1: \frac{x-2}{-5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{4}$ ja $S_2: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-7}{6}$ yhteinen piste? Jos on, niin laske se.

4 a) Tutki, voidaanko $f(0, 0, 0)$ määritellä sellaiseksi, että funktiosta

$$f(x, y, z) = \frac{yz + x^2}{x^2 + y^2 + z^2}$$

tulee jatkuva origossa.

b) Olkoon $f(0, 0, 0) = 0$. Laske $f_z(0, 0, 0)$. (Laske määritelmän mukaan erotusosamäärän raja-arvona).

5. Määritä funktion $f(x, y, z) = x^2 y^2 z^2$ suurin ja pienin arvo pallolla $x^2 + y^2 + z^2 = 6$.

6. Laske integraali $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} dx dy$.

Ohje: Vaihda napakoordinaatistomuuttujiin.