

Tentti 28.2.2001

*Kirjoita heti tehtäväpaperiin nimesi ja opiskelijanumerosi.**Ei kirjallisuutta, eikä muistiinpanoja. Laskinta saa käyttää.*

1. a) Mille arvoille
- $\alpha \in \mathbb{R}$
- arvoilla integraali

$$\int_1^{\infty} x^{\alpha} dx$$

suppenee?

- b) Olkoon
- $D = \{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \geq 1 \}$
- . Millä
- k
- :n reaaliarvoilla integraali

$$\int_D \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^k}$$

hajaantuu?

2. Laske sekä pallon
- $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$
- että kartion
- $2z = \sqrt{x^2 + y^2}$
- sisään jäävän avaruuden osan tilavuus siirtymällä a) pallokoordinaatteihin, b) sylinterikoordinaatteihin.

3. Olkoon

$$\mathbf{u} = z \mathbf{i} + x \mathbf{j} + y \mathbf{k}.$$

Laske viivaintegraali

$$\int_C \mathbf{u} \cdot d\mathbf{s},$$

missä C on sylinterin $x^2 + y^2 = 9$ ja tason $3x + 2y + z = 6$ leikkauskäyrä kuljettuna origosta katseltaessa vastapäivään.

4. Mikä funktioista
- $f_1(x) = 1$
- ja
- $f_2(x) = x$
- on pariton ja mikä on parillinen? Laske funktion
- $f(x) = 1 + x$
- Fourier-sarja välillä
- $[-\pi, \pi]$
- .