

Au,S (Perttula)

Ti (Turunen)

K,Te,Tu (Silvennoinen)

M,R,Y (Vattulainen)

Nimi(tikkukirjaimin)

Opintosuunta Opiskelijanumero

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

LOPPUTENTTIIN KUULUVAT TEHTÄVÄT: 1,3,5,7,8

1. välitentin suorittajat: tehtävät 1,2
2. välitentin suorittajat: tehtävät 3,4
3. välitentin suorittajat: tehtävät 5,6
4. välitentin suorittajat: tehtävät 7,8

1. Olkoon A reaalinen 3×3 -matriisi, jonka determinantin arvo on > 0 .
Olkoon B symmetrinen reaalinen 3×3 -matriisi ja I 3×3 -yksikkömatriisi
sekä olkoon $\det(A^T A) = 9$, $\det(B) = 5$. Mitä on

- a) $\det(A^{-1}B)$
- b) $\det(BB^T + B^T B)$
- c) $\det(B^{-1}(A^{-1}B)^T(2AA^T)^{-1}A - 2I)$.

2. Kolme tason pistettä, jotka eivät sijaitse samalla suoralla määräävät yksikäsitteisesti ympyrän. xy -tason ympyrän yleinen yhtälö on
 $ax^2 + ay^2 + bx + cy + d = 0$. Mikä on sen ympyrän yhtälö, joka kulkee pisteiden
 $(-3, -1)$, $(-2, 2)$, $(0, -2)$ kautta?

3. Määritä eräs R^3 :n ortonormaali kanta, jonka vektoreista kaksi sijaitsee tasolla $x + 2y + 3z = 0$. Esitä vektori $(1, 0, 0)$ määrittämäsi kannan avulla.

4. Mitkä ovat matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

ominaisarvot ja niiden algebralliset ja geometriset kertaluvut? Vihje: Polynomien juuriksi kannattaa kokeilla vakiotermin tekijöitä.

5. Määritellään funktio

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + \sin(xy) + z^2 - z^3$$

- a) Onko origo $(0,0,0)$ funktion $f(x, y, z)$ lokaali ääriarvokohta?
- b) Approksimoi funktiota $f(x, y, z)$ origon ympäristössä Taylorin 2. asteen polynomilla.

$$\text{vihje: } \left(f(x) \approx f(x_0) + \nabla f(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{1}{2}(x - x_0)^T H(x_0)(x - x_0) \right)$$

6. Laske integraali

$$\int_0^{1/2} e^{\sin(x)} dx$$

korvaamalla integrandi (=integroitava funktio) sen 1-asteisella Maclaurinin polynomilla. Arvioi, kuinka suuri virhe tällöin tehdään.

7. Määrää differentiaaliyhtälön $y''' + y' = x + 1$ yleinen ratkaisu.

8. Etsi reaalinen ratkaisu matriisimenetelmällä alkuarvoprobleemalle

$$\begin{cases} x' = 2x - 2y \\ y' = 3x + 2y \\ x(0) = 0, y(0) = 1 \end{cases}$$