



1. välikoe = tehtävät 1,2 ja 3 ; 2. välikoe = tehtävät 4,5,6.
Tentti = viisi tehtävää kuudesta.

- (i) Saman otosavaruuden tapahtumien A ja B todennäköisyydet tunnetaan $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$. Lisäksi tiedetään, että $P(A \cap B) = 0.2$. Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet:
a) $A \cup B$, b) $A \cap \bar{B}$.
- (ii) Heitetään kahta noppaa. Laske todennäköisyys, että silmälukujen summa on 3 tai 4.
- 2.a) Ampumahiihtäjän tauluunosumistodennäköisyys on 0.95. Mikä on todennäköisyys, että viidestä laukauksesta ainakin 4 osuu tauluun?
b) Tarkastellaan eksponentiaalijakautunutta satunnaismuuttujaa x , jonka tiheysfunktio on $f(x) = 2e^{-2x}$, kun $x > 0$ (ja $f(x) = 0$ muulloin). Osoita oikeaksi "unohtamisominaisuus": $P(x \geq 7 \mid x > 3) = P(x \geq 4)$.
3. Jatkuvan satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on $f(x) = cx$, kun $1 \leq x \leq 4$ (ja $f(x) = 0$ muulloin).
a) Määrää vakio c , ja laske x :n odotusarvo μ .
b) Laske todennäköisyys $P(|x - \mu| \leq 1.5)$.
c) Arvioi Tsebyševin epäyhtälön avulla todennäköisyyttä $P(|x - \mu| \leq 1.5\sigma)$.
4. Talossa on järjestelmä, joka päälle kytkettynä asukkaiden poissa ollessa sytyttää ja sammuttaa valot satunnaisesti kerran tunnissa. Olkoon y aika, jolloin valot sytytetään ja x aika, jolloin ne sammutetaan. Ajat lasketaan joka tunnin alusta. Systemi on suunniteltu niin, että (x, y) noudattaa yhteisjakaumaa, jonka tiheysfunktio on $f(x, y) = 8xy$, $0 < y < x < 1$.
a) Laske todennäköisyys, että kun järjestelmä on kytketty päälle, valot sytyvät puolen tunnin kuluessa ja sammuvat sitten vartin sisällä.
b) Muodosta marginaalijakaumien x ja y tiheysfunktiot.
5. Satunnaismuuttujasta $\bar{x} \sim N(\mu, \sigma^2)$ on otettu 10 kappaleen otos: 3.2, 3.6, 3.4, 3.6, 3.2, 3.3, 3.5, 3.2, 3.6, 3.2. Otoskeskiarvoksi ja otoshajonnaksi saatiin vastaavasti $\bar{x} = 3.38$ ja $s = 0.1814$.
Määrää a) odotusarvon μ 95 % luottamusväli ja
b) varianssin σ^2 99 % luottamusväli.
6. Satunnaismuuttujista $x \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$ ja $y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$ on otettu molemmista 14 kappaleen otokset. Otoskeskiarvoiksi ja otosvariansseiksi saatiin seuraavat:
 $\bar{x} = 26.3$, $\bar{y} = 25.1$, $s_x^2 = 2.4$ ja $s_y^2 = 1.6$. Testaa nollahypoteesi $H_0: \mu_x = \mu_y$ vaihtoehtoa $H_1: \mu_x \neq \mu_y$ vastaan 5%:n riskitasolla. Mikä on pienin riskitaso (taulukoiden mukaan), jolla nollahypoteesi voidaan hylätä?