

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta / 73050 Tilastomatematiikka
Tentti 10.10.2006

- Tentissä saa olla mukana funktiolaskin. Muut laskimet eivät ole sallittuja.
 - Älä tee kaavakokoelmaan merkintöjä ja palauta tentin jälkeen.
 - Jos sinulla on laskuhyvityspisteitä, merkitse se luentoryhmä, jossa sinun pisteesi on kirjattuna:
 - Vattulainen, 1. periodi 2006-2007, M,R,Y
 - Pirttimäki, 3. periodi 2005-2006 S,Au
 - Pirttimäki, kesä 2006
 - Silvennoinen, 3. periodi 2005-2006, Ti,Tle
 - I ja II periodilla 2005-2006 kerätyt hyvityspisteet eivät enää ole voimassa tässä tentissä. Jos luentoryhmätieto puuttuu tai on väärin, niin mahdollisia hyvityspisteitä ei oteta huomioon.
-

1. a) Noppaa heitetään, kunnes jokin silmäluku esiintyy kahdesti.

Millä todennäköisyydellä tarvitaan 5 heittoa?

b) Olkoon $P(A) = 0.6$, $P(B \cap \bar{A}) = 0.2$ ja $P(A | B) = 0.5$. Laske $P(B)$.

2. Laske $P(1 \leq x - E(x) < 2)$, kun

a) $x \sim \text{Tas}(0, 3)$, b) $x \sim \text{Poi}(2)$, c) $x \sim N(-2, 9)$.

3. a) Tehtaan valmistamista tuotteista on 5 % viollisia. Siksi jokaiseen 4 tuotteen pakkaukseen lisätään yksi ylimääräinen tuote ja ostajalle luvataan, että hän saa palauttaa pakkauksen, jos pakkauksessa ei ole vähintään 4 ehjää tuotetta. Jos pakkauksessa on täsmälleen 4 ehjää tuotetta, tehdas saa voittoa 4 e. Jos pakkauksessa on 5 ehjää tuotetta, tehtaan voitto on 3 e. Jos pakkaus palautetaan (alle 4 ehjää tuotetta), tehtaan voitto on -1 e (palautuskulut). Mikä on voiton odotusarvo?

b) Laske normaaliapproksimaatiota käyttäen todennäköisyys, että 1000 pakkauksen erästä 30 pakkausta tai enemmän palautetaan tehtaalle.

Tehtävä 4 on tarkoitettu lukuvuoden 2006-2007 ja tehtävä 5 lukuvuoden 2005-2006 vaatimusten mukaan opiskeleville. Tee valintasi mukaan toinen näistä tehtävistä. Kurssin 73050 Tilastomatematiikka tenttiin kuuluvat molemmat tehtävät 4 ja 5.

4. Satunnaisvektorin $\mathbf{x} = (x, y)$ tiheysfunktio on $f(x, y) = 3x$, kun $0 < y < x < 1$.

a) Laske ehdollinen todennäköisyys $P(x \geq \frac{1}{2} | y \geq \frac{1}{3})$

b) Ovatko satunnaisvektorin komponentit x ja y riippumattomia?

5. Tutkittaessa mineraalien huuhtoutumista erääseen jokeen todettiin, että joen suulla veden piipitoisuus oli keskimäärin 4.6 mg/l. Myöhemmin otetuissa 28 näytteessä otoskeskiarvo oli 5.2 mg/l ja otoskeskihajonta 1.6 mg/l. Onko piipitoisuus kasvanut vai johtuuko ero sattumasta? Testaa tätä 5%:n riskitasolla. Piipitoisuuden oletetaan olevan normaalisti jakautunut.