

MAT-20500 TODENNÄKÖISYYSLASKENTA Tentti 21.8.2006

73050 TILASTOMATEMATIIKKA

Todennäköisyyslaskenta: tehtävät 1-4 (tai 1-3 ja 6).

Tilastomatematiikka: tehtävät 2-6

Kaavakokoelma jaetaan, laskinta saa käyttää.

1. (i) Olkoon $P(A) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.8$ ja $P(A \cap B) = 0.2$.

$\frac{1}{2}$

Laske $P(B)$.

(ii) Neljän munkin ja kuuden viinerin joukosta valitaan satunnaisesti viisi tuotetta. Millä todennäköisyydellä saadaan neljä viineriä ja yksi munkki.

2. Älykkyyden jakauman älykkyydosamääränä mitaten oletetaan olevan Suomessa $N(100, 24^2)$.

a) Yhdistykseen Mensa ry pääsee jäseneksi, jos älykkyydosamäärä on korkeampi kuin 98 prosentilla ihmisistä. Mikä älykkyydosamäärä jäseniltä siis vähintään vaaditaan?

b) Entä millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun suomalaisen älykkyydosamäärä on ainakin 120?

3. Satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 3/x^4 & x \geq a \\ 0 & x < a \end{cases}$$

a) Määrää a .

b) Määrää x :n odotusarvo $E(x)$ ja varianssi $v(x)$.

4. Olkoon satunnaisvektori $\mathbf{x} = (x, y)$ tasan jakautunut yli alueen $\Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 2, y \leq x \leq 2\}$.

a) Määrää satunnaisvektorin tiheysfunktio $f(x, y)$.

b) Määrää $\text{cov}(x, y)$.

c) Määrää $\text{corr}(x, y)$.

5. Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ otettiin 14 riippumatonta havaintoa. Otoskeskiarvoksi saatiin 18.0 ja otosvariانسiksi 9. Määrää odotusarvon 95 % luottamusväli ja varianssin σ^2 90 % luottamusväli.

6. Leipomo leipoo ruisleipiä, joiden painon se sanoo olevan vähintään 500 g. Oletetaan, että paino noudattaa normaalijakaumaa. Punnitaan 25 ruisleipää (satunnaisesti valittu) ja saadaan otoskeskiarvoksi 490 g ja otosvariانسiksi 250 g^2 . Testaa 5 % riskitasolla nollahypoteesia $H_0 : \mu \geq 500$, kun vaihtoehtoinen hypoteesi on $H_1 : \mu < 500$.