73050 Tilastomatematiikka Tentti 24.9.2001

HUOM. Kokeessa saa käyttää laskimia ja jaettua kaavakokoelmaa.

1. Olkoon $P(A) = 0.6$ ja $P(A \cup B) = 0.8$. Laske $P(B)$, kun

a) $A \cap B = \emptyset$
b) A ja B ovat riippumattomia
c) $P(A | B) = 0.5$.

2. Satunnaismuuttuja x ilmoittaa kruunujen lukumäärän 676 : ssa rahanheitossa.

a) Laske x : n odotusarvo ja varianssi.
b) Arvioi todennäköisyyttä $P(299 < x < 377)$ Tsebyshevin epäyhtälön avulla.

3. Satunnaisvektorin $\mathbf{x} = (x,y)$ tiheysfunktio on

$$f(x, y) = \begin{cases} 3e^{-3x-y} \text{ kun } & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{muulloin} \end{cases}.$$

Laske todennäköisyydet

a) $P(x < 1 , y < 1)$

ja

b) $P(x + y < 1)$.

4. Olkoon $x_1 , x_2 , \ldots , x_n$ otos välille $(0 , 1)$ tasan jakautuneesta satunnaismuuttujasta x . Mikä on otoskeskiarvon $\overline{x}_n = (x_1 + x_2 + \ldots + x_n) /n$ normaaliapproksimaatio ? Mitä on $P(| \overline{x}_{30} - 0.5 | \leq 0.1)$?

5. Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ on otettu 25 kappaleen otos. Otoskeskiarvoksi ja otosvarianssiksi saatiin : $\overline{x} = 1.472$, $s^2 = 0.0081$. Testaa

a) nollahypoteesi $H_0 : \mu = 1.5$ vaihtoehtoa $H_1 : \mu \neq 1.5$ vastaan
b) nollahypoteesi $H_0 : \sigma^2 = 0.0050$ vaihtoehtoa $H_1 : \sigma^2 > 0.0050$ vastaan kumpikin riskitasolla 0,05 .