

## Ei laskinta eikä kirjallisuutta

1. Kuusi rivissä olevaa pysäköintipaikkaa arvotaan kuuden autoilijan kesken. Millä todennäköisyydellä kolme autoilijaa, A, B ja C saavat viereiset paikat siten, että B on A:n ja C:n välissä?

2. Satunnaismuuttujan  $x$  tiheysfunktio  $f(x) = c x$ , kun  $0 \leq x \leq 1$ . Määritä vakio  $c$ , odotusarvo  $E(x)$  ja sellainen  $a$ , että  $P(x \leq a) = P(x > a)$ .

3. Diskreetti satunnaisvektori  $(x, y)$  on tasaisesti jakautunut otosavaruuteen  $\{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$ .

a) Laske  $\text{cov}(x, y)$ . Ovatko  $x$  ja  $y$  riippumattomia?

b) Olkoon  $u = x + y$  ja  $v = x - y$ .

Laske  $\text{cov}(u, v)$ . Ovatko  $u$  ja  $v$  riippumattomia?

4. Valmistaja ilmoittaa lampujensa kestojän (tunneissa) noudattavan normaalijakaumaa  $N(1600, 120^2)$ . Käyttäjä mittaa sadan lampun kestojän otoskeskiarvoksi 1576.

Laske testisuure  $z^* = \frac{1576 - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$  (onnistuu ilman laskintakin) ja

arvioi, miten merkittävästi testitulokset osoittavat valmistajan ilmoittaman kestojän liian suureksi.

$$5. \begin{array}{l} x: \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ y: \quad 5 \quad 2 \quad 5 \quad 14 \quad 29 \end{array}$$

Mittaustuloksiin sovitetaan malli  $y = \beta_1 + \beta_2(x - 2) + \beta_3(x - 2)^2 + u$

a) Mikä on mallissa olevan termin  $u$  merkitys?

b) Määritä matriisi  $X$

c) Laske sovituserro  $e$ , kun  $\beta = X^+y = [2, 0, 3]^T$

MAHDOLLISESTI AVUKSI:  $M(t) = E(e^{tx})$ ,  $M^{(k)}(0) = E(x^k)$

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad \binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!}$$

$$\text{cov}(x, y) = E(xy) - E(x)E(y)$$

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T y, \quad e = y - X\beta, \quad \sigma^2 = \frac{1}{n-p} \|e\|^2$$

N(0,1)	0.5	0.5319	0.6443	0.7257	0.9	0.9082	0.9292	0.9394	0.9474
z	0	0.08	0.37	0.60	1.282	1.33	1.47	1.55	1.62

N(0,1)	0.95	0.952	0.9641	0.975	0.9772	0.99	0.9927	0.995	0.9987	0.9995
z	1.645	1.665	1.80	1.960	2.00	2.326	2.44	2.575	3.00	3.291

Jos jää aikaa, voit miettiä seuraavaa ylimääräistä tehtävää ja hankkia muutaman lisäpisteen:

Pöydällä on kaksi kirjekuorta, joista toisessa on rahaa  $N$  euroa ja toisessa  $2N$  euroa ( $N$  on tuntematon). Aukaiset toisen kuoren ja löydät 100 euroa. Mikä on jäljelle jääneen kuoren rahasumman odotusarvo? Kannattaisiko vielä vaihtaa?