

# Matriisilaskenta 1

Tentti 9.4.2001

Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskimia.

1. Olkoon  $A$  kompleksinen  $n \times n$ -matriisi. Määrittele

- a) symmetrinen matriisi
- b) ortogonaalinen matriisi
- c) positiivisesti definiitti matriisi
- d) permutaatiomatriisi
- e) unitaarinen matriisi
- f) karakteristinen polynomi.

2. Muodosta matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ -6 & -4 & 0 \\ -9 & -15 & -1 \end{pmatrix}$$

LU-hajotelma ja laske sen perusteella matriisin determinantti ja matriisin aste.

3. a) Määrittele matriisinormi.  
b) Osoita, että matriisin kaikki ominaisarvot ovat itseisarvoltaan pienempiä tai yhtäsuuria kuin matriisinormi.

4. Olkoon

$$S = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

muodosta projektori  $P$ , joka projisioi vektorit  $S$ :lle pitkin vektoria  $[1,1,1]^T$ .

5. Matriisi  $A$  toteuttaa yhtälön  $A^2 = A$ . Osoita, että  $R(A) \cap N(A) = \{0\}$ .  $R(A)$  on matriisin arvojoukko ja  $N(A)$  matriisin ydin.