

Matriisilaskenta 1

Tentti 28.2.2001

Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskimia.

1. Muodosta matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

LU-hajotelma.

3. Neliömatriisi A toteuttaa yhtälön $A^2 = A$. Todista, että

$$N(A) \cap R(A) = \{0\},$$

missä $N(A)$ ja $R(A)$ ovat ydin ja arvojoukko.

4. Etsi unitaarinen matriisi Q siten, että $Qx = \alpha e_1$, missä α on kompleksiluku, kun

$$x = [3 \ 0 \ 4]^T$$

Vihje: kaavoilla

$$P = I - 2 \frac{vv^*}{\|v\|^2}, \quad v = x + e^{i\phi} \|x\| e_1,$$

voi olla käyttöä.

5. Muodosta matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

singulaariarvohajotelma.