

Matriisilaskenta 1

1. Välikoe 28.10.2003, klo 18-20.

Ei muistiinpanoja, taulukoita, laskinta.

1. Määrittele

- a) unitaarinen
- b) hermiittinen
- c) normaali
- d) positiivisesti definiitti
- e) singulaarinen
- f) Hessenbergin

matriisi.

2. Muodosta matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

LU-hajotelma ja ratkaise sen avulla yhtälö

$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, missä $\mathbf{b} = [2, 1, 3]^T$.

3. Oletamme että matriisilla A on käänteismatriisi A^{-1} (ts. ehdot

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

toteutuvat). Osoita edellä olevien ehtojen perusteella että yhtälöryhmällä $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ on yksikäsitteinen ratkaisu jokaisella vektorilla \mathbf{b} .

4. Määrittele matriisin A matriisinormi $\|A\|$ ja osoita että

- a) $\|\alpha A\| = |\alpha| \|A\|$, missä α on skalaari.
- b) $\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|$.