
73110 Numeerinen analyysi 1 (3.0 ov)**Tentti 5.9.2005**

Tentissä saa käyttää laskinta sekä kirjallista materiaalia (kirjoja ja muistiinpanoja) oman valintansa mukaan.

1. Olkoon $f(x) = \cos(x) e^{10x^2}$, missä $x \approx 2$ ja x :n suhteellinen virhe on $\leq 10^{-6}$. Arvioi $f(x)$:n absoluuttista ja suhteellista virhettä.
2. a) Kirjoita vain yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja käyttävä rekursio-kaava luvun $y > 0$ neliöjuuren arvioimiseksi. Ohje: yhtälön $x^2 = y$ ratkaiseminen Newtonin menetelmällä.
b) Johda a-kohdan approksimaatioiden jonolle (x_n) virhekaava

$$\sqrt{y} - x_{n+1} = -\frac{1}{2x_n}(\sqrt{y} - x_n)^2.$$

3. Olkoon $f(x) = x^3$, $x \in [0, 1]$. Määritä se f :ää approksimoiva, korkeintaan astetta 2 oleva polynomi p , joka minimoi keskimääräisen virheen

$$\|f - p\| = \sqrt{\int_0^1 (f(x) - p(x))^2 dx}$$

välillä $[0, 1]$.

4. Käytössä ovat vain seuraavat tunnetut kosinin arvot:
 $\cos 0 = 1$, $\cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$, $\cos(\pi/2) = 0$, $\cos(3\pi/4) = -1/\sqrt{2}$.
a) Arvioi lukua $\cos(1.75)$ em. pisteisiin sovitetulla interpolaatiopolynomilla.
b) Arvioi a-kohdan arvion virhettä.
5. Määritä kertoimet A, B ja C siten, että integroimiskaava

$$\int_{-1}^1 xf(x) dx \approx Af(-1) + Bf(0) + Cf(1)$$

on tarkka kaikilla $f \in \Pi_n$ mahdollisimman suurella n . Mikä on tällöin n ?

