73112 Matemaattinen Optimointiteoria I
Tentti 22.1.2001

Tentissä saa käyttää kirjallista materiaalia oman valinnan mukaan.

1. Tarkastellaan standardimuotoista LP-probleemaa

$$\begin{array}{ll} \min & \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ \text{ehdoilla} & A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0}. \end{array}$$

Olkoon $\mathbf{x}^*$ sen optimiratkaisu ja $\mathbf{u}^*$ LP-probleeman duaalitehtävän optimiratkaisu. Modifioidaan LP-probleemaa siten, että vektori $\mathbf{b}$ korvataan vektorilla $\mathbf{b}_1$ ja olkoon $\mathbf{x}^{**}$ modifioidun probleeman optimipiste.

Osoita, että

$$\mathbf{c}^T(\mathbf{x}^* - \mathbf{x}^{**}) \leq (\mathbf{b} - \mathbf{b}_1)^T\mathbf{u}^*.$$

2. Olkoon $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ konveksi funktio. Osoita, että f:n globaalien minimipisteiden joukko on konveksi joukko.

3. Etsi probleeman

$$\begin{array}{ll} \min & x + y \\ \text{ehdoilla} & x^2 + y^2 \leq 2 \\ & y \geq 0 \end{array}$$

Kuhn-Tucker-pisteet.

4. Tarkastellaan probleemaa

$$\begin{array}{ll} \min & x \\ \text{ehdoilla} & x^2 \geq 0, \\ & x + 1 \geq 0. \end{array}$$

Probleeman minimipiste on selvästi $x = -1$.

Ratkaisemme probleemaa iteratiivisesti estefunktiomenetelmällä käyttäen logaritmiestettä. Olkoon $t_k > 0$ k. kierroksen estekerroin, joten $t_k \to 0$, kun $k \to \infty$.

Osoita, että on olemassa sellainen lokaalien minimipisteiden jono x_k, että $x_k \xrightarrow[k\to\infty]{} 0$.

Tehtävän opetus: kaikki minimipisteiden muodostamat jonot eivät suppene kohti optimia.