

## 73124 OPERAATIO-TUTKIMUS

tentti 17.5.2005

Ei kirjallisuutta, eikä muistiinpanoja. Laskimen käyttö sallittu.

**HUOM!** Tenttiin kuuluvat tehtävät 1-5.

Välikoosuoritukset seuraavasti: vk1(tehtävät 1-2 ja Y1), vk2(tehtävät 3-5).

1. Tarkastele seuraavaa LP-tehtävää

$$\begin{aligned} \max z &= C_1x_1 + C_2x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 0.5x_1 + 2x_2 &\leq 320 \\ &-x_1 + 4x_2 \leq 0 \\ &x_1 - 6x_2 \leq 0 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

missä nykyinen optimipiste on  $(x_1, x_2) = (384, 64)$ .

a) Samanaikaisia muutoksia voi tapahtua tavoitefunktion kertoimissa. Millä alueella kerroinsuhde  $C_1/C_2$  voi muuttua siten, että nykyinen optimipiste säilyy?

b) Ensimmäisen rajoiteresurssin duaalihinta on 102. Millä alueella resurssin määrä voi vaihdella siten, että tämä duaalihinta ei muutu?

2. Kaksi makean veden allasta on käytettävissä kolmen kaupungin vedentarpeeseen. Kumpikin allas voi luovuttaa 50 miljoonaa litraa vettä päivässä. Kukin kaupunki tarvitsee 40 miljoonaa litraa päivässä. Veden puute kaupungeissa aiheuttaa lisäkustannuksia: 20 euroa (kaupungissa 1), 22 euroa (kaupungissa 2) ja 23 euroa (kaupungissa 3) miljoonalta litralta. Veden siirto altailta kaupunkiin aiheuttaa kustannuksia euroina miljoonalta litralta seuraavan taulukon mukaisesti:

	Kaupunkiin		
	1	2	3
Allas 1	7	8	10
Allas 2	9	7	8

Muotoile probleema tasapainoitetuksi kuljetustaulukoksi, etsi hyvä alkuratkaisu ja edelleen optimiratkaisu, joka minimoi siirto- ja puutekustannusten summan. (Muista, että huono alkuratkaisu useimmiten lisää iterointikierrosten tarvetta.)

3. Eräs komponentti maksaa €4 kappaleelta, mutta jos tilataan 150 kpl tai enemmän, mutta vähemmän kuin 200 kpl, niin myyjä myöntää 10%:n alennuksen. Jos tilataan 200 kpl tai enemmän, alennus on 15 %.

Yritys käyttää tätä komponenttia nopeudella 20 kpl päivässä. Tilauksen tekeminen aiheuttaa € 60:n kustannuksen per tilaus ja komponentin varastointi maksaa 25 senttiä kappaleelta vuorokaudessa. Mikä on optimaalinen tilausmäärä?

4. a) Ratkaise seuraava peli graafisesti:

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriisi on vaakarivipelajaajan voittomatriisi. (Älä käytä dominanssia tai 2x2-pelin ratkaisukaavoja.)

b) Kirjoita peli vaakarivipelajaajan LP-tehtäväksi, joka voitaisiin ratkaista esim. simplex-algoritmin tietokoneohjelmalla. (Siis vain matemaattinen malli.)

5. a) Oleta, että kaikki autoilijat tankkaavat, kun bensiinitankki on täsmälleen puolillaan. Nykyisin keskimäärin 7.5 asiakasta tunnissa saapuu 1-pumppuiselle huoltoasemalle. Tankkaaminen kestää keskimäärin 4 minuuttia. Saapumisten väliset ajat ja tankkausajat ovat eksponentiaalisesti jakautuneet. Laske systeemissä olevien asiakkaiden määrän odotusarvo ja systeemissä vietetyn ajan odotusarvo.

b) Oleta, että on levinnyt huhu bensiinin mahdollisesta puutteesta ja niinpä paniikkioستامينen alkaa, jolloin kaikki autoilijat tankkaavat kun bensiiniä on jäljellä täsmälleen 3/4 tankillista. Koska tankkaajat ottavat nyt vähemmän bensiiniä kerralla, oleta tankkausajaksi keskimäärin  $3\frac{1}{3}$

minuuttia. Miten paniikkitilanne muuttaa a-kohdassa laskettujen suureiden arvoa? Huomioit tietenkin, että asiakkaiden keskimääräinen saapumisnopeus on nyt muuttunut.

Y1. Ratkaise simplex-algoritilla seuraava LP-tehtävä:

a) maksimoi  $z = x_1$

$$\begin{aligned} \text{ehdoin} \quad 5x_1 + x_2 &= 4 \\ 6x_1 + x_3 &= 8 \\ 3x_1 + x_4 &= 3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

(Vain algoritmillä ratkaistu tehtävä tuottaa pisteitä.)

b) Mikä on ratkaisu, jos tavoitteena olisi minimoida  $z$ ?

