75310 MITTAUSDATAN ANALYYSI

TENTTI 14.4.2004

1. Selitä lyhyesti (max 20 sanaa + 1 yhtälö) kukin seuraavista käsitteistä:

a) Viive/Delay
b) Pienimmän neliösumman menetelmä (parametrien estimointiin)/Least means squares method (for parameter identification)
c) Kausaalisuus/Causality.
d) Nollannen kertaluvun pito (näytteistyksessä)/Zero-order hold (in sampling)
e) Stationäärisyys/Stationarity.
f) Akaiken informaatiokriteeri/Akaike information criterium .

(1 piste jokaisesta kohdasta, kaikkiaan 6 pistettä).

2. Tarkastellaan paperikoneen peräkkäisten ratakatkojen välisen ajan jakautumaa. Meillä on käytettävissä havaintoaineisto $\{t_i\}$, esim minuutteina {135, 80, 120, 180, 150, 138}, jossa on yleisesti N kpl katkojen välisiä aikoja (esimerkissämme siis 6). Jos oletamme, että paperiradan katkeamistaipumus ei riipu ajasta, kahden katkon välisen ajan t jakautuma on eksponenttijakautuma eli

$f(t) = \frac{1}{T}\exp(-t/T)$, missä T on jakautuman parametri, jonka haluamme määrittää kokeellisen aineiston perusteella.

a) Selitä maximum likelihood menetelmän YLEINEN periaate parametrin määrittämiseksi yksiparametriselle jakautumalle. (2 pistettä)
b) Määritä T:n estimaatti maximum likelihood –menetelmällä. (2 pistettä)
c) Tämän havaintoaineiston perusteella, mikä on todennäköisyys, että seuraava havaintomme katkojen välisestä ajasta on alle 50 minuuttia. (2 pistettä)

3. Selitä Yule-Walker menetelmä AR(K) –aikasarjamallin kertoimien identifioimiseksi. Selitä miksi Yule-Walker –menetelmän luotettavuus heikkenee, jos käytössä on vain lyhyt aikasarjadata.
(6 pistettä).

4. Olemme mittaamassa signaalia s(t), jonka spektristä olemme kiinnostuneita. Mittaustuloksena saadana kaksi signaalia x(t) ja y(t). Mittaustuloksiin vaikuttavat kuitenkin additiivise kohinalähteet n(t) ja m(t) eli mittaustulokset ovat x(t)=s(t)+n(t) ja y(t)=s(t)+m(t). Kohinoiden n(t) ja m(t) spektrit ovat tuntemattomia, niistä tiedetään vain, että ne ovat riippumatonta tutkittavasta signaalista s(t) ja toisistaan.

(a) Miksi s(t):n spektri saadaan ~~harhaton~~ estimoitua paremmin x:n ja y:n ristispektristä kuin x:n (tai y:n) autospketristä ? (3 pistettä)
(b) Mikä olisi spektrin virhe suhteessa (a) kohdan ratkaisuun, jos käytettävissä olisi vain yksi signaali x(t)? (1 piste)

(c) Miksi spektriestimaattien keskiarvoittaminen on tärkeää? (1 piste)
(d) Mikä on ikkunoinnin vaikutus tässä estimointitehtävässä? (1 piste)

5. Paperinvalmistuksessa kuitususpension sakeudella (c) ja kuituvirtaukseen asetettuun siipimäiseen kappaleeseen kohdistuvalla voimalla (F) on havaittu eräällä tuotantolinjalla tilastollinen normaalijakautumaa noudattava riippuvuus:

$$f_{c,F}(c,F) = (2\pi\sigma_c\sigma_F((1-\rho^2))^{1/2})^{-1}\exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left\{\frac{(c-\mu_c)^2}{\sigma_c^2} - 2\rho\frac{(c-\mu_c)(F-\mu_F)}{\sigma_c\sigma_F} + \frac{(F-\mu_F)^2}{\sigma_F}\right\}\right]$$

missä $\mu_c = 3.1\%$, $\sigma_c = 0.07\%$, $\mu_F = 1.25$ kN, $\sigma_F = 0.035$ kN ja $\rho = 0.82$.

(a) Jos tiedämme, että F on tarkalleen 1.285 kN, mikä on sakeuden c paras estimaatti ja mikä on sen epävarmuus? (3 pistettä)

(b) Jos tiedämme, että F on tarkalleen 1.285 kN ja toisen sakeusmittauksen (mittausepävarmuus $\sigma_{c'} = 0.2\%$) mukaan sakeus on 3.07%, mikä on sakeuden c paras estimaatti ja mikä on sen epävarmuus? (3 pistettä)

Seuraavasta kaavasta voi olla hyötyä:

$$\frac{1}{2\sigma_1^2}(x-x_1)^2 + \frac{1}{2\sigma_2^2}(x-x_2)^2 = \frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2 + C, missä$$

$$\frac{1}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}$$

$$\mu = \frac{\sigma_1^2 x_2 + \sigma_2^2 x_1}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$