75310 MITTAUSDATAN ANALYYSI

TENTTI 16.2.2004

1. Selitä lyhyesti (max 20 sanaa + 1 yhtälö) kukin seuraavista käsitteistä:

a) Stationäärisyys/Stationarity
b) Satunnaismuuttujan Y regressio satunnaismuuttujan x suhteen/Regression of random variable Y with respect to random variable
c) Tehospektri/Power spectrum.
d) Parametrinen spektrin estimointi/Parametric estimation of spectrum
e) A priori tieto/A priori information.
f) Stokastinen prosessi/Stochastic process.

(1 piste jokaisesta kohdasta, kaikkiaan 6 pistettä).

2. Tarkastellaan paperikoneen peräkkäisten ratakatkojen välisen ajan jakautumaa. Meillä on käytettävissä havaintoaineisto $\{t_i\}$, esim minuutteina {135, 80, 120, 180, 150, 138}, jossa on yleisesti N kpl katkojen välisiä aikoja (esimerkissämme siis 6). Jos oletamme, että paperiradan katkeamistaipumus ei riipu ajasta, kahden katkon välisen ajan t jakautuma on eksponenttijakautuma eli

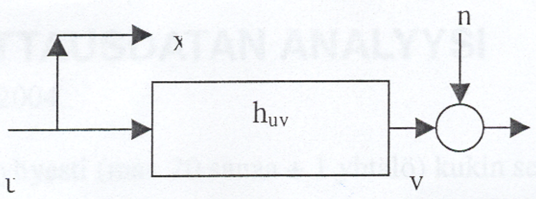
$f(t) = \frac{1}{T}\exp(-t/T)$, missä T on jakautuman parametri, jonka haluamme määrittää kokeellisen aineiston perusteella.

a) Määritä T:n estimaatti havaintojen $\{t_i\}$ avulla käyttäen momenttimenetelmää kun n=1. Siis havaintojen perusteella $<t> = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i$ ja toisaalta $<t>$ voidaan laskea jakautumasta $f(t)$. Asettamalla näin saadut $<t>$:t yhtä suuriksi saadaan T lausuttua havaintojen $\{t_i\}$ avulla.
b) Määritä T:n estimaatti maximum likelihood –menetelmällä.
c) Tämän havaintoaineiston perusteella, mikä on todennäköisyys, että seuraava havaintomme katkojen välisestä ajasta on alle 50 minuuttia.

[Tämä pitäisi tietää muutenkin, mutta annetaan kuitenkin vinkkinä:
$\int \exp(at)dt = \frac{1}{a}\exp(at)$]
(2,5+2,5+1 = 6 pistettä)

3. Selitä Yule-Walker menetelmä AR(K) –aikasrjamallin kertoimien identifioimiseksi. Selitä miksi Yule-Walker –menetelmän luotettavuus heikkenee, jos käytössä on vain lyhyt aikasarjadata.
(6 pistettä).

4. Tarkastellaan kuvan mukaista systeemiä.



Systeemistä mitataan x ja y, joiden spektrit sekä keskinäinen ristispektri on annettu liitekuvissa. Hahmottele koherenssi, kohinan n spektri, ja systeemin siirtofunktio sekä arvioi siirtofunktion estimaatin luotettavuutta. Perustele hahmottelumenettelysi, erityisesti kohinan n spektrin osalta.
(6 pistettä)

5. Lumimyrskyä seurasi rankka vesisade. Talon katolle oli kertynyt runsaasti lunta, joka sitoi satanutta vettä ja muodosti raskaan lumikuorman. Lumikuormaa arvioitiin kahdella menetelmällä, joista ensimmäinen antoi tulokseksi 88 [mielivaltaisissa yksiköissä, MY] ja toinen 93 MY. Ensimmäisen menetelmän epävarmuus (hajonta) on 7 MY ja jälkimmäisen 5 MY.

a) Olettaen menetelmiä kuvaavat jakautumat f_i(mitattu menetelmällä i = x | todellisuus = y) ovat normaalijakautumia, laske yhdistetyn jakautuman g(todellisuus = y| mitattu menetelmällä 1 = x_1 ja menetelmällä 2 = x_2) avulla lumikuorman estimaatti ja sen epävarmuus. [Vinkki: myös g(y) on normaalijakautuma]

b) Normaalijakautumalle pätee: $P((x-m_x)/s_x > 2) = 2.28\%$, $P((x-m_x)/s_x > 3) = 0.13\%$. Talolle on tehtävä erikoistarkastus, jos todennäköisyys sille, että lumikuorma on ylittänyt kriittisen arvon 100 on suurempi kuin 2.28%. Siis pitääkö nyt tehdä tarkastus? Entäpä jos erikoistarkastuksen ehtona olisikin, että kriittisen arvon ylityksen todennäköisyys olisikin vain 0.13 %? Miten tilanne muuttuu, jos lumikuorma arvoidaan riippumattomasti aiemmista arvioista menetlmällä 1 ja tulokseksi saadaan 91 MY?

(3+3 = 6 pistettä)