

TTY	Automaatiotekniikan matematiikka	
76111	Tentti 7.2.2005	Markku Inkinen

Kynä, kumi, terotin ja viivotin sallittu. Minkäänlaista laskinta, kirjoja, muistiinpanoja, jne ei saa käyttää.

Valvojalta saat aputaulukon. Palauta se valvojalle. Älä tee taulukkoon omia merkintöjä.



0. Minä vuonna olet tehnyt tietokoneharjoitukset?

1. Erään SISO-systeemin aikadiskreetti malli (differenssiyhtälömuodossa) on  $y(k+1) - 0.5 \cdot y(k) = u(k)$ .  
Tarkastellaan systeemin käyttäytymistä diskreetistä ajanhetkestä  $k=0$  alkaen.

a) Mikä on  $y(k)$ , kun  $u(k)=H(k)$ , ja outputin alkuarvot ovat  $y(0) = \cancel{y(0)} = 0$ ? (4p)

b) Mikä on outputin loppuarvo a-kohdan tapauksessa? (2p)

2. Erään SISO-systeemin DY-malli on  $y^{(1)}(t) + y(t) = u(t)$ . Tarkastellaan systeemin käyttäytymistä ajanhetkestä  $t=0$  eteenpäin.

a) Mikä on systeemin output, kun input on  $u(t) = e^{-t}$ , ja outputin alkuarvo on  $y(0^-) = 0$ ? (4p)

b) Mikä on outputin loppuarvo, kun input on  $u(t)=H(t)$ , ja outputin alkuarvo on  $y(0^-) = 0$ ? (2p)

3. a) Erään SISO-systeemin epälineaarinen DY-malli on  $2 \cdot y^{(1)}(t) = -y(t)^2 + 2 \cdot u(t)$ . Muodosta lineaarinen DY-malli, joka kuvaa systeemin käyttäytymisen lähellä tasapainopistettä, jossa  $y_0(t) \equiv y_e = 1$ . (3p)

(Merkintä  $y(t)^2$  tarkoittaa tässä funktion  $y(t)$  neliötä, eli funktiosta  $y(t)$  muodostettua funktiota  $[y(t)]^2$ . Esimerkiksi jos  $y(t)=t$ , niin  $y(t)^2=t^2$ .)

b) Erään SISO-systeemin tilaesitys on  $\begin{cases} \dot{x}(t) = -x(t) + u(t) \\ y(t) = x(t) \end{cases}$ . Hahmottele tämän systeemin yksikköaskelvasteen kuvaaja. (3p)

4. abc

Erään SISO-systeemin siirtofunktio on  $G(s) = \frac{1}{s+1}$ . Tarkastellaan tämän systeemin outputtia jatkuvuustilassa, kun input on muotoa  $u(t) = \sin(\omega t)$ , missä  $\omega$  on kulmataajuus (vakio). Mikä on outputin amplitudi seuraavissa tapauksissa?

a)  $\omega=1$  (1p)

b)  $\omega \rightarrow 0+$  (eli kun kulmataajuus on hyvinhyvin pieni) (1p)

c)  $\omega \rightarrow +\infty$  (eli kun kulmataajuus on hyvinhyvin suuri) (1p)

(Tämä systeemi, ja a-, b- ja c-kohdat, eivät liity mitenkään seuraavalla sivulla oleviin d-, e-, f-kohtiin ja bode-diagrammiin, vaikka kysymysten aihepiiri on sama.)

#### 4. def

Alla on erään LIN AIV STAB SISO-systeemin bodediagrammi. Vastaa kuvan perusteella seuraaviin kysymyksiin:

- d) Mikä on systeemin ulostulo  $y(t)$  (jatkuvuustilassa, transientin jälkeen, likimain), kun input on  $u(t) = \sin 10t$ ? (1 p)
- e) Joku jätkä sanoi: "Input-signaalin matalataajuiset komponentit menee tässä systeemissä läpi muuttumattomina." Pitääkö väite paikkansa? Perustele. (1 p)
- f) Millä kulmataajuudella absoluuttinen vahvistus on 0.1 (likiarvo riittää)? (1 p)

(Tämä bodediagrammi, ja d-, e ja f-kohdat, eivät liity mitenkään edellisellä sivulla oleviin a-, b-, c-kohtiin ja kyseiseen systeemiin, vaikka kysymysten aihepiiri on sama.)

