

TTKK	Automaatiolehtikän matematiikka	Markka Inknen
76111	II välikoe/lehti 14.12.2000	

Voit osallistua vain joko välikokeeseen tai tenttiin. Et molempiin.

Välikokeeseen kuuluvat tehtävät: 1, 2, 3, VK4 ja Kinkkubingo.

Tenttiin kuuluvat tehtävät: 1, 2, 3, T4, T5 ja Kinkkubingo.

Laita jokaiseen palautamaasi konseptiin ensimmäisen sivun yläalataan osikkoalue:

TTKK	Aut. matematiikka	Oma opiskelijanumero
76111	XXX 14.12.2000	Oma nimi

Kirjoita tekstin XXXX kohdalle VK2 tai Tenti, sen mukaan kumman teet.

Välikokeessa saa olla apuna kynä, kumi, teroitin ja viivotin, sekä kirja "Jouko Virkkunen: Sääntölehtien matematiikka, Omatieto 884". Kirjasta otettu valokopio ei kelpaa. Minikäännäläistä laskinta ei saa käyttää.

Vaijotajalla saat myös aputaulukoston. Palauta se vaijotajalle. Älä tee taulukkoihin omia merkintöitä.

Kaisto kaikki kysymykset läpi ennen kuin alat vastamaan. Älä hätäile.

1. Vastaa omiin säntöihin seuraaviin kysymyksiin. Älä kopioi vastaukseesi Virkkusen kirjan tekstiä, jos et ymmärrä tekstin sisältöä. Matematiikkaa voit käyttää apuna, jos on tarpeen.

a) Miksi lineaarisen järjestelmän ominaisunksia tarkasteltaessa esitetään useimmiten pelkästään YKSIKKÖaskelvasite (eli ulostulon käyttöyminen, kun sisääntuloon tapahtuu yksikön kokoinen askelmainen muutos), eikä verrata yksikköaskelvasiteita suurempi- tai pienempi-kokoisten askelten aikaansaamihin ulostuloihin. (3p)

b) Mihin fyysikaaliseen ilmiöön lineaaristen aikainvarianttien systeemin taajuuksivastetarkastelet perustuvat? (3p)

2. Erästä tuntemattomasta 1-input-1-output-systeemistä tiedetään seuraavaa: (i) systeemi vahvistaa vakiointputtia suunnilleen kertoimella 2, (ii) jonkun gurun perustuntuman mukaan systeemin aikavakio on noin 10 sekuntia, ja (iii) muutettaessa inputtia keskiä noin 5 sekuntia, ennen kuin outputssa näkyy yhäkäs mitään muutosta.

a) Mikä on systeemin (liikimääräinen) siirtofunktio $G(s) = Y(s)/U(s)$? (3p)

b) Piirrä liikimääräisesti systeemin askelvasite (3p)

3. Kuvassa 3 on erään systeemin bodeidiagrammi. Mikä on systeemin ulostulo $y(t)$ (jatkuvuusliässä, transienstin jälkeen, liikimain, bodeista arvioiden), kun sisääntulo on

a) $u(t) = \sin 2t$ (1p)

b) $u(t) = \sin \omega t$, kun $\omega \rightarrow 0$ (eli matalilla taajuuksilla) (1p)

c) $u(t) = \sin \omega t$, kun $\omega \rightarrow \infty$ (eli korkeilla taajuuksilla) (1p)

d) Millä taajuudella ulostulon amplitudi = sisääntulon amplitudi? (1p)

e) Mikä on vaihesiirron minimiarvo? (1p)

f) Milloin systeemi vaimentaa "täyteen kulkevaa" signaalia? (1p)

(Älä sekoita radiaangeja ja asteita. Älä sekoita absoluuttisia ja logaritmista vahvistusta)

VK4. Mikä on seuraavaa tilaestystä vastaava siirtofunktio $G(s) = Y(s)/U(s)$? (6p)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 2u$$

T4. Tämän tehtävän malleissa u ja x ovat inputtunnuttuja, ja y on outputtunnuttaja. Linearisoi

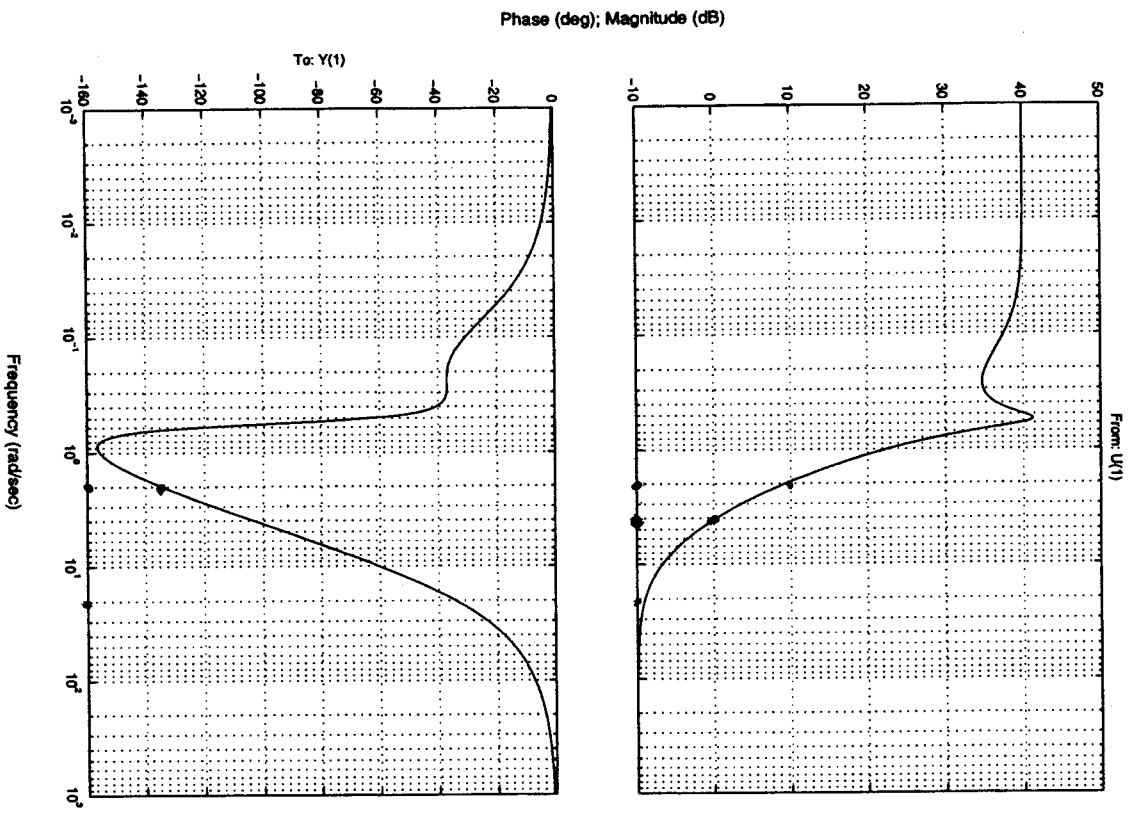
a) $y = 10 + 2x^2 u' - 2u'$ (3p)

b) $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + \cos y(t) = u(t) + u^2(t)$ siinä tasapainotilassa, jossa $u = 2^{-10}$. (3p)

T5. Ratkaise AAP $\ddot{y} + \dot{y} + y = 1 + t$, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 1$ (6p)

Aurek

Bode Diagrams



Kuva 3. Systemin bode-diagrammi.

VAPAAEHTOINEN KINKKUBINGO-TEHTÄVÄ:

Erään aikadiskreetin signaalin $x(k)$ z-muunnos on $X(z) = \frac{(1-e^{-1})z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-e^{-2}z^{-1})}$. Mikä on

- a) $x(k)$? (2p)
- b) $x(0)$? (1p)
- c) $x(\infty)$? (1p)

PIENTÄ LIITTEEN POIKASTA

Tilastityksen ja sitä vastaavan siirtofunktion yhteydestä:

Tilastitystä

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu & \text{tilayhtälö} \\ y = Cx + Du & \text{mittausyhtälö} \end{cases}$$

vasiata siirtofunktkio

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D.$$

Matriisin inversikaava:

$$X^{-1} = \frac{\text{adj}(X)}{\det(X)}$$

mistä $\det(X)$ on matriisin X determinanti, ja $\text{adj}(X)$ on matriisin X adjungaatti.

2x2-matriisin determinanti

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow \det(X) = x_{11}x_{22} - x_{12}x_{21}$$

2x2-matriisin adjungaatti

$$X \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{adj}(X) \begin{bmatrix} x_{22} & -x_{12} \\ -x_{21} & x_{11} \end{bmatrix}$$

Hyvää onnea ja Onnellista Vuotta Vuotta!

