TTY	**Digitaalinen säätö**	Pertti Raiskila
76260	**Mallivastaukset**	11.05.2004

1. Vastaa omin sanoin (lyhyesti) seuraaviin kysymyksiin:

a) Mikä on sensitiivisyysfunktio *S*? (1p)
b) Mikä on PID-säätäjän windup-ilmiö? (1p)
c) Mikä tarkoittaa asymptoottinen stabiilisuus? (1p)
d) Mikä on ringing-ilmiö? (1p)
e) Mikä on bilineaarimuunnos? (1p)
f) Mikä on tilatarkkailija? (1p)

Katso kirja tai luentomateriaali!

2. Aikajatkuvan järjestelmän siirtofunktio olkoon muotoa

$$G(s) = \frac{e^{-1.2\,s}}{s+2}.$$

a) Laske järjestelmän **pulssisiirtofunktio H(q),** kun pitopiirin kertaluku on nolla. Valitse näytteen-ottoväli **”järkevästi”** ja **perustele** valintasi. (3p)

$$G(s) = \frac{e^{-1.2\,s}}{s+2} = \frac{0.5e^{-1.2\,s}}{0.5s+1} \Rightarrow \text{aikavakio on } 0.5\text{ s} \Rightarrow h = 0.1 \text{ (esim 5 näytettä per aikavakio)}$$

$$\text{Ilman viivettä taulukosta } (a=2): H(q) = 0.5\frac{1-e^{-2*h}}{q-e^{-2*h}} = \frac{c}{q-d}, \quad c = 0.5 - 0.5e^{-0.2} \quad \& \quad d = e^{-2*h}.$$

Viive on 12 kertaa näytteenottoväli eli viiveestä aiheutuu 12 napaa origoon:

$$H(q) = \frac{c}{q^{12}(q-d)} = \frac{c}{q^{13} - dq^{12}}.$$

b) Mikä on **H(q)**:n **kertaluku?** (1p)
Kertaluku on **kolmetoista**

c) Esitä jokin diskreetti tilaesitys **pulssisiirtofunktiolle H(q)** (2p)
Havaittavuuskanoninen muoto taulukosta:

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} d & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

3. Olkoon **diskreetti** järjestelmä muotoa

$$\mathbf{x}(k+1)=\begin{bmatrix}0&1&2\\0&0&3\\0&0&0\end{bmatrix}\mathbf{x}(k)+\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}u(k),\quad y(k)=\begin{bmatrix}1&1&1\end{bmatrix}\mathbf{x}(k).$$

a) Määritä sellainen **ohjaussekvenssi,** jolla alkutila $\mathbf{x}^{T}(0)=\begin{bmatrix}1&1&1\end{bmatrix}$ saadaan origoon. (3p)

$$\mathrm{x}(1)=\begin{bmatrix}0&1&2\\0&0&3\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}\mathrm{u}(0)=\begin{bmatrix}3\\3+\mathrm{u}(0)\\0\end{bmatrix}.$$

$$\mathrm{x}(2)=\begin{bmatrix}0&1&2\\0&0&3\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\3+\mathrm{u}(0)\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\\mathrm{u}(1)\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3+\mathrm{u}(0)\\\mathrm{u}(1)\\0\end{bmatrix}.$$

$$\mathrm{u}(0)=-3\ \&\ \mathrm{u}(1)=0\Rightarrow \mathrm{x}(2)=\begin{bmatrix}0&0&0\end{bmatrix}^{T}$$

b) Mikä on minimimäärä säätövälejä, millä **a)** kohdan ongelma ratkeaa? (1p)
Poikkeuksellisesti 2, vaikka kysessä on kolmannen kertaluvun järjestelmä!
c) Selitä, miksi ei ole mahdollista löytää sellaista **ohjaussekvenssiä,** jolla päästäisiin origosta takaisin alkutilaan $\mathbf{x}^{T}(0)=\begin{bmatrix}1&1&1\end{bmatrix}$. (2p)

$$\mathbf{W}_{c}=\begin{bmatrix}\mathbf{\Gamma}&\mathbf{\Phi\Gamma}&\mathbf{\Phi}^{2}\mathbf{\Gamma}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$$ eli ohjattavuusmatriisin rangi ei ole täysi!

Näkee myös siitä, että alkuperäisessä diskreetissä tilaesityksessä 3. komponentti on aina 0, kun k>0.

4. Prosessin diskreetti **pulssisiirtofunktioesitys** on muotoa (6p)

$$\mathrm{y(k)}=\frac{\mathrm{q}^{-2}}{1+\mathrm{a\,q}^{-1}}\mathrm{u(k)}.$$

Suunnittele sellainen **lineaarinen tilatakaisinkytkentä**, jolla suljettu järjestelmä on mahdollisimman nopea.

$$\mathrm{H(q)}=\frac{1}{\mathrm{q}^{2}+\mathrm{aq}}$$

Havaittavuuskanoninen tilaesitys taulukosta:

$$\mathbf{\Phi}=\begin{bmatrix}-\mathrm{a}&1\\0&0\end{bmatrix}\quad \mathbf{\Gamma}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\quad \mathbf{C}=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix}\quad \mathrm{u(k)}=-\begin{bmatrix}\mathrm{l}_1&\mathrm{l}_2\end{bmatrix}\mathbf{x}(\mathrm{k})$$

Suljettu järjestelmä

$$\mathbf{\Phi}_s = \mathbf{\Phi} - \mathbf{\Gamma L} = \begin{bmatrix} -a & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & 1 \\ -l_1 & -l_2 \end{bmatrix}$$

$$\det(q\mathbf{I} - \mathbf{\Phi}_s) = \det\left\{ \begin{bmatrix} q & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -a & 1 \\ -l_1 & -l_2 \end{bmatrix} \right\} = \det\left\{ \begin{bmatrix} q+a & -1 \\ l_1 & q+l_2 \end{bmatrix} \right\} =$$

$$q^2 + (a + l_2)q + al_2 + l_1 \overset{q}{\equiv} q^2 \text{ nopein mahdollinen eli Deadbeat}$$

$$l_2 = -a \;\&\; l_1 = -al_2 = a^2.$$

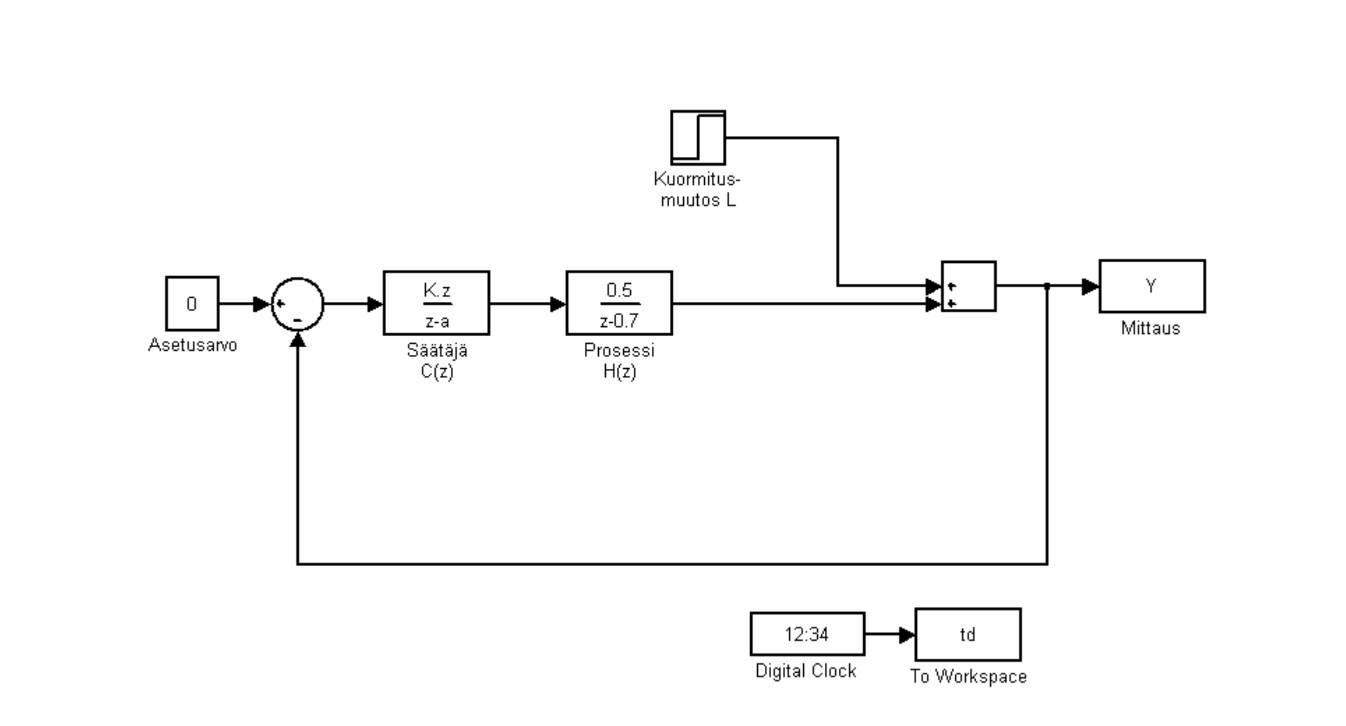
5. Alla olevan kuvan järjestelmässä mittaukseen summautuu tuntematon **askelmainen** kuormitus-muutos L.Prosessimalli on muotoa

$$H(z) = \frac{0.5}{z - 0.7} \text{ sekä säätäjä muotoa } C(z) = \frac{Kz}{z - a}.$$

a) Valitse ensin säätäjän napa siten, että kuormitushäiriön vaikutus ei näy mittauksen y tasapainotilan arvossa. (2p)

Vaatii integraattorin avoimeen järjestelmään, joten napa kohtaan z=1 eli a=1.

b) Kun säätäjän napa on kiinnitetty, laske suljetun järjestelmän **stabiilisuusrajat** säätäjän vahvistuksen **K>0** suhteen. (4p)



Kuva 1. **Suljetun** järjestelmän lohkokaavio

Huom! Toisen asteen järjestelmä (karakteristinen yhtälö on $z^2 + a_1 z + a_2 = 0$) on stabiili, jos

$1^0 \quad a_2 < 1 \qquad\qquad 2^0 \quad a_2 > -1 + a_1 \qquad\qquad 3^0 \quad a_2 > -1 - a_1.$

Lohkokaaviosta:

$$\mathrm{Y} = \mathrm{L} - \mathrm{YCH} \Rightarrow \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{L}} = \frac{1}{1+\mathrm{CH}}, \text{asetusarvo R} = 0.$$

$$\frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{L}} = \frac{1}{1+\frac{\mathrm{Kz}}{\mathrm{z}-1}\frac{0.5}{\mathrm{z}-0.7}} = \frac{(\mathrm{z}-1)(\mathrm{z}-0.7)}{\mathrm{z}^2+(0.5\mathrm{K}-1.7)\mathrm{z}+0.7} \text{ eli karakteristinen yhtälö}$$

$$\mathrm{z}^2+(0.5\mathrm{K}-1.7)\mathrm{z}+0.7 = \mathrm{z}^2 + a_1 z + a_2$$

$$1^0 \quad \mathrm{a}_2 < 1 \Rightarrow 0.7 < 1 \quad \%$$

$$2^0 \quad \mathrm{a}_2 > -1 + \mathrm{a}_1 \Rightarrow 0.7 > -1 + 0.5\mathrm{K} - 1.7 \Rightarrow 0.5\mathrm{K} < 3.4 \Rightarrow \mathrm{K} < 6.8$$

$$3^0 \quad \mathrm{a}_2 > -1 - \mathrm{a}_1 \Rightarrow 0.7 > -1 - 0.5\mathrm{K} + 1.7 \Rightarrow -0.5\mathrm{K} < 0 \Rightarrow \mathrm{K} > 0$$

$$0 < \mathrm{K} < 6.8$$