

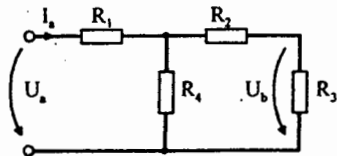
23.02.2001

KAIKKI VANHOJA TEHTÄVIÄ

79101 Johdatus sähkötekniikkaan
Kertaustehtäviä

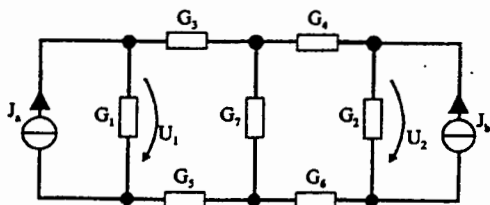
1. 10 kpl samanlaisia paristoja (kunkin smv $U_0 = 2 \text{ V}$ ja sisäinen vastus $R_0 = 0.1 \Omega$) kytketään sarjaan ulkoisen vastuksen R_u kanssa. Miten suuri pitää R_u :n olla, jotta sen kuluttama teho maksimoituisi? Mikä on tämä teho? Miten suureksi ko teho nousee, jos vastuksen R_u arvo pysyy muuttumattomana, ja paristojen lukumäärä rajatta kasvaa?

2. Oheisessa kytkennässä $U_a = 250 \text{ V}$, $U_b = 220 \text{ V}$, $I_a = 40 \text{ A}$ ja $R_3 = 10 \Omega$. Lisäksi tiedetään, että $R_1 + R_2 = 2 \Omega$. Määritä vastuksien R_1 ja R_4 resistanssit.



3. Tarkastellaan oheista kytkentää. Muunna verkko yksinkertaisemmaksi ja määritä silmukavirtamenetelmää hyväksikäyttäen jännitteet U_1 ja U_2 .

$J_a = 10 \text{ A}$, $J_b = 20 \text{ A}$, $G_1 = 1 \text{ S}$, $G_2 = 2 \text{ S}$, $G_3 = 1 \text{ S}$, $G_4 = 0.5 \text{ S}$, $G_5 = 1 \text{ S}$, $G_6 = 0.5 \text{ S}$, $G_7 = 0.1 \text{ S}$



4. Erään tasavirtalaitteen napajännite ilman kuormitusta mitattiin 75 V :n suuruiseksi. Kun napojen väliin kytkettiin 20Ω :n vastus, oli kuorman yli oleva jännite 60 V . Esitä laitteen Theveninin ekvivalentti. Osoita, että Theveninin ekvivalentin sisäresistanssi R_{Th} voidaan esittää muodossa

$$R_{Th} = \left(\frac{V_{Th}}{V_0} - 1 \right) R_L$$

missä V_{Th} on Theveninin ekvivalentin jännitelähde ja V_0 kuorman R_L yli oleva

5. Kytkennässä A on vastus R_1 ja kondensaattori C_1 sarjassa. Kytkennässä B on vastus R_2 ja kondensaattori C_2 rinnan. Määritä kytkennän A suureet R_1 ja C_1 kytkennän B suureiden R_2 ja C_2 funktiona, jos annetulla taajuudella ω molempien kytkentöjen yhdistetty impedanssi on sama.

6. Vastus, $R_1 = 20 \Omega$ ja kondensaattori, $C = 1 \mu\text{F}$ on kytketty rinnan. Näiden kanssa on edelleen kytketty rinnan vastuksen $R_2 = 1 \Omega$ ja käämin, $L = 40 \mu\text{H}$ sarjakytkentä. Piiriä syötetään virtalähteellä, jonka hetkellisarvo on

$$i(t) = 20 \sin(50000t - 20^\circ) \text{ (A)}$$

Esitä kytkentä taajuustasossa (siis osoitinsuureiden avulla). Määritä edelleen piiriin syöttöjännite $v(t)$ (siis kytkennän yli oleva jännite)?

7. Määritä passiivisen kuorman tehokerroin sekä tehosuureet S , P ja Q (näennäis-teho, pätöteho ja loisteho), kun kuorman yli vaikuttaa jännite $u(t) = 120 \sin(\omega t + 10^\circ) \text{ (V)}$ ja sen läpi kulkee virta $i(t) = 8 \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ (A)}$.

8. Selitä lyhyesti seuraavat piirianalyysin käsitteet

- a) kerrostamismenetelmä
- b) reaktanssi ja susceptanssi
- c) kompleksinen teho

1.

$$I = \frac{nU_0}{mR_s + R_u}$$

$$P = R_u I^2 = \frac{R_u n^2 U_0^2}{(mR_s + R_u)^2}$$

$$\frac{dP}{dR_u} = \frac{n^2 U_0^2 (mR_s + R_u)^2 - R_u n^2 U_0^2 2(mR_s + R_u)}{(mR_s + R_u)^4} = \frac{n^2 U_0^2 (mR_s + R_u) [(mR_s + R_u) - 2R_u]}{(mR_s + R_u)^4}$$

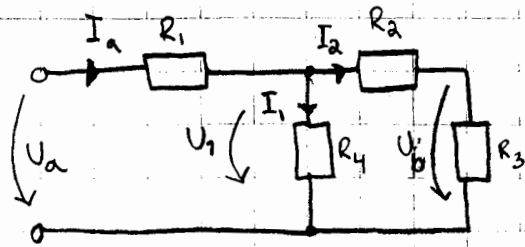
$$mR_s + R_u - 2R_u = 0 \Rightarrow R_u = mR_s = 1 \Omega$$

$$\therefore P_{MAX} = \frac{1 \cdot 10^2 \cdot 2^2}{2^2} = \underline{100 \text{ (W)}}$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{R_u n^2 U_0^2}{n^2 R_s^2 + 2mR_s R_u + R_u^2} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{R_u U_0^2}{R_s^2 + \frac{2R_s R_u}{m} + \frac{R_u^2}{m^2}} = R_u \left(\frac{U_0^2}{R_s} \right), \text{ kun } m \rightarrow \infty$$

$$= 1 \left(\frac{2}{0.1} \right)^2 = \underline{400 \text{ W}}$$

2.



PERUSTIHLÖITÄ KÄYTTÄMÄTÄ:

$$I_2 = \frac{U_b}{R_3} = \frac{200 \text{ V}}{10 \Omega} = 20 \text{ A}$$

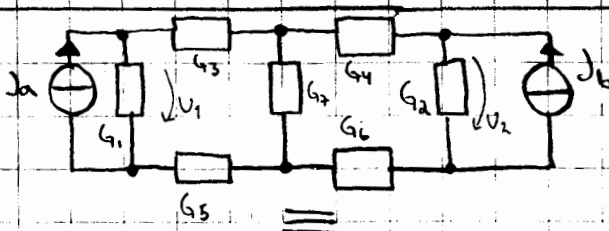
$$I_1 = I_a - I_2 = 20 \text{ A}$$

$$\left. \begin{aligned} U_a &= R_1 I_a + U_1 \\ U_1 &= R_2 I_2 + U_b \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_a = R_1 I_a + R_2 I_2 + U_b$$

$$\left. \begin{aligned} R_1 + R_2 &= 2 \Rightarrow R_2 = 2 - R_1 \\ R_1 &= \frac{U_a - U_b - 2I_2}{I_a - I_2} = 0.5 (\Omega) \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_a = R_1 I_a + (2 - R_1) I_2 + U_b \leftarrow$$

$$\left. \begin{aligned} U_a &= R_1 I_a + U_1 \\ U_1 &= R_4 I_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_a = R_1 I_a + R_4 I_1 \Leftrightarrow R_4 = \frac{U_a - R_1 I_a}{I_1} = \underline{11.5 (\Omega)}$$

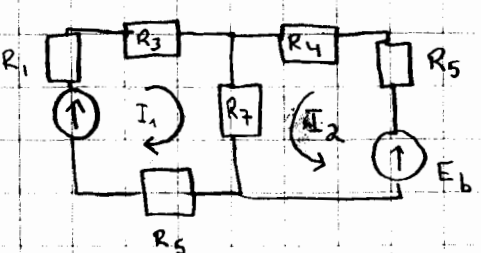
3.



$$E_a = J_a \cdot \frac{1}{G_1} = 10 \text{ V}$$

$$E_b = J_b \cdot \frac{1}{G_2} = 10 \text{ V}$$

$$R_i = \frac{1}{G_i}, i = 1, \dots, 7$$



SILMOKKAVIETÄMENETELMÄLLÄ:

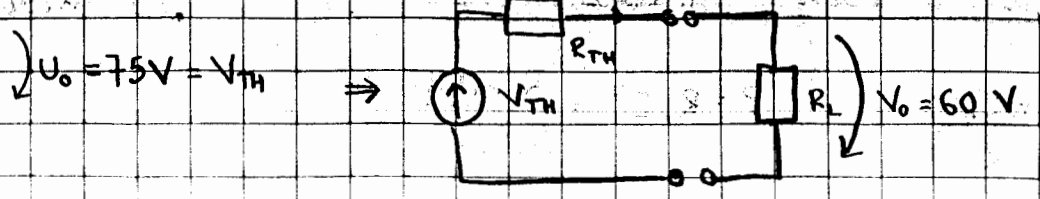
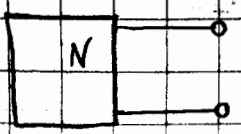
$$\begin{cases} (R_1 + R_3 + R_5 + R_7) I_1 + R_7 I_2 = E_a \\ R_7 I_1 + (R_5 + R_4 + R_7) I_2 = E_b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13 I_1 + 10 I_2 = 10 \\ 10 I_1 + 14.5 I_2 = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1 = 0.508 \text{ A}, I_2 = 0.3$$

$$U_1 = E_a - R_1 I_1 = 9.5 \text{ V}$$

$$U_2 = E_b - R_2 I_2 = 9.8 \text{ V}$$

4.



$$R_{TH} I + V_0 - V_{TH} = 0$$

$$I = \frac{V_0}{R_L} = 3A \Rightarrow R_{TH} = \frac{V_{TH} - V_0}{I} = \frac{15}{3} = \underline{\underline{5(\Omega)}}$$

$$I = \frac{V_0}{R_L} = \frac{V_{TH} - V_0}{R_{TH}} \Leftrightarrow R_{TH} = \frac{V_{TH} - V_0}{V_0/R_L} = \left(\frac{V_{TH}}{V_0} - 1\right) R_L \quad \square$$

5.

$$\underline{\underline{\bar{Z}_1}} = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = R_1 - \frac{j}{\omega C_1}$$

$$\underline{\underline{\bar{Z}_2}} = \frac{R_2 (1/j\omega C_2)}{R_2 + 1/j\omega C_2} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} = \frac{R_2 (1 - j\omega R_2 C_2)}{1^2 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}$$

$|\underline{\bar{Z}_1} = \underline{\bar{Z}_2}| \quad // \text{TS. } \text{Re}\{\underline{\bar{Z}_1}\} = \text{Re}\{\underline{\bar{Z}_2}\} \text{ ja } \text{Im}\{\underline{\bar{Z}_1}\} = \text{Im}\{\underline{\bar{Z}_2}\}$

$$\underline{\underline{R_1}} = \frac{R_2}{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}$$

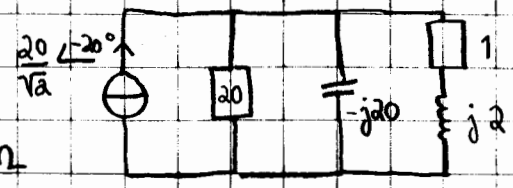
$$\frac{1}{\omega C_1} = \frac{\omega R_2^2 C_2}{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2} \Leftrightarrow \underline{\underline{C_1}} = \frac{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}{\omega^2 R_2^2 C_2}$$

6.

$$\underline{\underline{\bar{Z}_1}} = R_1 = 20 \Omega$$

$$\underline{\underline{\bar{Z}_2}} = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{50 \cdot 000 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = -j 20 \Omega$$

$$\underline{\underline{\bar{Z}_3}} = R_2 + j\omega L = 1 + 50 \cdot 000 \cdot 40 \cdot 10^{-6} = 1 + j 2 \Omega$$



$$\underline{\underline{\bar{Y}_T}} = \sum_i \underline{\bar{Y}_i} = \frac{1}{20} + j \frac{1}{20} + \frac{1 - j 2}{1 + j 2} = 0,05 + j 0,05 + \frac{1 - j 2}{5} = 0,25 - j 0,35 = 0,43 \angle -54,46^\circ$$

$$\underline{\underline{\bar{V}}} = \frac{\underline{\bar{I}}}{\underline{\bar{Y}_T}} = \frac{14,14 \angle -20^\circ}{0,43 \angle -54,46^\circ} = 32,89 \angle 34,46^\circ \triangle V(t) = 46,5 \sin(\omega t) = 46,5 \sin(50 \cdot 000 t + 34,46^\circ)$$

7.

$$u(t) = 120 \sin(\omega t + 10^\circ) \hat{=} \underline{\underline{\bar{U}}} = \frac{120}{\sqrt{2}} \angle 10^\circ$$

$$i(t) = 8 \sin(\omega t - 30^\circ) \hat{=} \frac{8}{\sqrt{2}} \angle -30^\circ = \underline{\underline{\bar{I}}}$$

$$\underline{\underline{\bar{I}}}^* = \frac{8}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ \text{ (KONJUGAATTI)}$$

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\bar{U}} \underline{\bar{I}}^* = 480 \angle 40^\circ \text{ (NÄENNÄISREHO)} = 367,7 + j 308,5$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P}} = \text{Re}\{\underline{\underline{S}}\} = 367,7 \text{ W}$$

$$Q = \text{Im}\{\underline{\underline{S}}\} = 308,5 \text{ VAR}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 408 \text{ VA}$$

$$\left. \begin{array}{l} P = 367,7 \text{ W} \\ Q = 308,5 \text{ VAR} \end{array} \right\} \cos \varphi = \cos 40^\circ = 0,766$$